ILLUSTRISS. VIRO

Domino D.

NICOLAO FOUQUET, REGI A SECRETIORIBUS Consiliis, Libellorumque supplicum Magistro, Vicecomiti de Melum & de Vaux, &c.

QVàm levē mole, tam ponderosum dignitate Libellum ad te defero (Vir Illustrissime) qui cùm ingeniosissimus sis pervidere quid EVCLIDES sibi velit, quid EVCLIDI lucis attulerim, facilè potes. Vt tenue hoc officii mei specimen tibi offerrem duplex me caussa impulit, altera, à te; altera, à spectatissimo quamdiu vixit, tota Gallia viro, Parente tuo. A te quidem, quem sanguis nobilem, doctrina spectabilem, vitæ æquabilitas mirabile, prudentia Illustrem, eximium pietas, quem aliæ animi, corporisq; tui dotes (quas hoc loco commemorare pudor tuus non

 sinit)

ſinit) Regi, regnique præcipuis ordinibus gratioſum, amabilem omnibus & quod his optabilius eſt, Deo præpotenti gratum, acceptumq; reddunt. Parenti vero tuo quam ſit obſtricta noſtra SOCIETAS, quam is amabat unicè, quantum ipſi debeat Pariſienſe Collegium, quem Chriſtianiſsimus Rex Ludovicus, è duobus unum eſſe juſsit, qui edicto ſuo de Scholis noſtris inſtaurandis exequendo præeſſet, ac nos Regia authoritate, in docendi poſſeſsionem longo intervallo recuperatam mitteret; hæc inquam & alia multa, eſt grati animi verbo declarare, cùm re non poſsim. Tametſi quid privatim Ordinem noſtrum tuo parenti debere plurimum commemorem, qui de patria univerſa, de ſummis & infimis meritus ſit ſua integritate, conſtantia, rerum gerendarum ſcientia, & uſu, omni denique genere virtutum. Illarum tibi imitationem cùm propoſueris, magnū quiddam præſtare videor, ſi votum faciam, ut qui paternorum bonorum hæres es, idem omnia honoris ornamenta, ſingularémque imprimis ejus erga Ordinem noſtrum univerſum benevolentiam, cum reliqua hæreditate cernas. Hoc tibi ut optem facit non vulgare meum, adeóque totius SOCIETATIS ſtudium erga te; Illuſtriſsimumq; Bajonenſium Antiſtitē, fratrem Chariſsimū, non nobiliſsimæ tuæ familiæ modò ſed etiam Eccleſiæ Gallicanæ decus & ornamentum;

cujus

cujus prudentiam, cæterasque virtutes Pontificias tanti facit Ludovicus Rex Christianissimus, ut imitandum illum omnibus regni sui Præsulibus admirandum multis jure pronunciaverit: Ut ita fore confidam, tuum jam magnum tam bonis initiis meritum facit.

Tibi addictissimus,

GEORGIUS FOURNIER.

Quis autor hujus libri.

NOn unius modo ſed plurimorum hominum vigiliis & induſtriæ, quorum alii aliis vixere temporibus, debetur hic Liber. De poſteritate bene meritus Euclides, qui ea, ſive Theoremata, ſive Problemata, quæ à majoribus acceperat, auctiora, & meliori digeſta ordine reliquit. Thales Mileſius, qui Princeps omnium Geometriam ex Ægypto in Græciam tranſtulit, demonſtravit angulum in ſemicirculo rectum eſſe; Trianguli Iſoſcelis angulos ad baſim eſſe æquales: & alia nonnulla invenit quæ in primo & tertio Elementorum Euclidis legimus & admiramur. Pythagoras Samius, qui Mathematicæ ludum primus

mus aperuit, Omnis trianguli dixit tres angulos duobus rectis esse æquales: tantísque elatus est lætitiis, ubi eam propositionem reperit, quæ primo Elemento, ordine quadragesima septima habetur, ut musis centũ boves immolâ-rit. Theodorus Cyreneus multis adinventis Geometricam plurimùm auxit supellectilem. Quis inventa à Cratisto explicet, in quo tanta vis erat ingenii, ut nullum non Geometricum Problema illico resolveret. Si Laertio credimus, Democritus Milesius, multa de lineis, ut vocant, irrationalibus scripsit, multa de solidis, multa de numeris: Certè illud extra controversiam, Eudoxum Gnidium quintum Elementum, quod appellant, de proportionibus, integrum fecisse & invenisse. Theætetus de quinque solidis primus libros scripsit, & decimæ propositionis decimi elementorum inventor fuit.

Hæc

Hæc à multis feliciter excogitata & dissipata passim, annis ante Christum circiter 550. Hippocrates Chius in Elementa Geometrica prim⁹ compegit ordinavítq; Postea Leo Meoclidis auditor, illa auxit: Tertius deinde Theudius Magnes. Hos sequutus est Hermotimus Colophonius, qui ea fecit haud paulò uberiora. Tandem Euclides Megarensis, omnibus, partim á se adinvẽtis, partim ab aliis acceptis, ultimam manum his Elementis apposuit, tanta felicitate, & non tantum Quintus, sed unus præcellentiæ jure, Geometra sit appellatus. Insuper hoc ei laudis testimonium singulare Proclus, Pappus, cæterique Mathematici tribuere; ut de eo, quod de nemine mortalium ante illum, dixerint, *nusquam deceptus est*. Nec solum doctrina Euclidis fuit admirationi, sed etiam ipse ordo, quẽ perturbare adhuc ausus

est

est nemo: certè omnis demonstrationis, vim atque robur superat, ipsique quodammodo Geometriæ firmitatem illam, quâ ceteris disciplinis antestat, dare videtur. Scripsit præterea Phænomena, Optica, Catoptrica, Musica, Data Conicorum libros 4. & tres Porismatum. Vitam ejus ad Ptolomæum usq; primum Ægypti Regem producunt Historiæ. An sit idem cum Euclide sectæ Megricæ authore, nos, quia parum constat, rem in medio relinquimus.

Porrò quemadmodũ Elemẽta appellantur ea, ex quibus omnia oriuntur, & fiunt & in quæ eadé, cum intereunt, convertuntur, & transeunt; sic propositiones eas quæ Mathematicis rebus efficiendis inserviunt, & in quas resolvi possunt demonstrationes Mathematicæ dicimus Elementa Mathematica: vel certè quemadmodum qui literas & elementa novit, libros potest le-

 gere,

gere, ita qui Geometriæ elementa tenebit, sine labore percurret & intelliget quæ tractantur in Opticis, Astronomicis, & aliis reconditioribus Mathematicæ partibus.

EVCLIDIS.

EUCLIDIS ELEMENTUM PRIMUM.

DEFINITIONES.

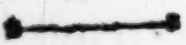
1. *Punctum est, cujus pars nulla.* vel quod est magnitudinis expers.

GRæcè legitur σημεῖον i. e. signum; cum enim sit omnis magnitudinis expers, illud quod exterius pingitur, signum est illius quod mente concipitur; estque idem quod unitas in numero, instans in tempore, & sonus in musica.

2. *Linea*

2. *Linea vero longitudo non lata.*

Linea talis nulla exiſtit à parte rei, ſed ſicut punctum, ita & linea quam ducimus ſignum eſt illius quam mente concipimus. Si enim punctum quod concipimus moveretur & relinqueret ſui veſtigium, illud eſſet linea, longũ propter motum, non tamen latum, quia punctum à quo procedit omnis expers eſt extenſionis.



3. *Lineæ autem termini ſunt puncta.*

Id eſt longitudines ut longitudo eſt principium & finis eſt punctum: quia magnitudinem non conſiderat mathematicus, niſi ut finitam. Unde cùm infinitam lineam vocat Euclides, intelligit lineam cujuſvis

cujuſvis magnitudinis, ſeu indeterminatam.

4. *Recta linea eſt; —— quæ ex æquo ſua interjacet puncta.*

Sive cujus extrema obumbrant omnia media, ut dixit Plato: vel minima earum quæ terminos habent eoſdem, ut vult Archimedes. Cùm enim fluxu puncti concipiatur fieri linea, ſi ex æquo inter ſua puncta fluat, aut per breviſſimum ſpatium, dicetur recta. Si punctum feratur uniformi motu & diſtantia à certo aliquo pũcto, dicetur circularis; Si in motu hinc inde titubet, & hîc depreſſior ſit alibi altior & extrema non obumbrent omnia media, dicetur mixta. Hinc ingenioſe dixit Ariſtoteles l. 1 de Cœlo tex. 5 juxta triplicem hanc lineam, tres tantùm eſſe poſſe motus, duos ſimplices, rectum & circularem,

rem, tertium vero mixtum ex utroque.

5. *Superficies verò est quæ longitudinē latitudinēq; tantum habet.*

Ut fluxu puncti producitur linea, prima species quantitatis continuæ, sic fluxu lineæ in transversum, produci concipitur superficies, secūda species: quæ potest dividi in longum ut linea, & præterea in latum. Umbram concipe, ait Proclus, superficiem concipies longam, & latam, nullo tamen modo profundam.

6. *Superficiei autē extrema sunt lineæ.*

Hæc definitio intelligenda est tantū de superficie plana vel mixta non autem de circulari: quando enim habet extremum,

extremum, lineam tantùm habet, non lineas.

7. *Plana superficies, est quæ ex æquo suas interjacet rectas.*

Quæ dixi de linea recta, eadem de plana superficie sunt intelligenda.

8. *Planus autem angulus est duarum linearum in plano se mutuò tangentium, & non in directam jacentium alterius ad alteram inclinatio.*

Hîc causæ anguli explicantur: Materialis, sunt duæ lineæ quæ se mutuo tangunt. Formalis, est alterius in alteram inclinatio Unde sequitur primò quòd illæ duæ lineæ non ita se debent tangere, ut

jaceant in directum, id est ut unicam rectam constituant lineam, sed altera debet in alteram inclinari.

Sequitur 2. quod anguli quantitas, consistit in majori vel minori linearum inclinatione, non in longitudine linearum.

Sequitur 3 non esse necesse, ut duæ lineæ post contactum productæ se mutuò secent, ut vult Pelletarius, id enim tantùm est verum in angulis rectilineis: sed sufficere, ut se tangant & mutuò inclinentur.

Denique si angulus ille sit in superficie plana, dicetur planus. In omni verò figura, licet quemlibet angulum tribus literis appellemus, ille tamen semper intelligitur, cui medius character appingitur.

9. *Cum*

9. *Cum autem continentes angulum lineæ rectæ fuerint, rectilineus appellatur angulus.*

Si utraque curva, curvilineus: si curva altera, altera recta, mixtus.

10. *Cum verò recta AB, super rectam CD, stans, eos qui sunt deinceps ABC, ABD, angulos, æquales inter se facit, rectus est uterq; æqualium angulorum, & insistens recta AB, perpendicularis vocatur ejus cui insistit CD.*

Tùnc angulus uterq; dicitur æqualis, quando recta AB non

non magis in C, quam in D, inclinat.

Quod autem Greæci dicunt κάθετος latinè redditur perpendicularis, frequentius tamen utuntur mathematici verbo græco quam latino, maxime in Optica: unde apud eos nihil usitatius quàm πρὸς κάθετον, imo latine redunt Cathetum.

11. *Obtusus angulus EBC, est, qui major recto ABC.*

Nempe quia recta E B, magis recedit á subjecta CD, quàm perpendicularis AB,

12. *Acutus verò E B D, qui minor recto AB D.*

13. *Terminus est quod alicujus est extremum.*

Talia

Talia ſunt, punctum, linea, ſuperficies: nempe punctum lineæ, linea ſuperficiei, & ſuperficies corporis.

14 *Figura eſt quæ ſub aliquo, vel ſub aliquibus terminis comprehenditur.*

Dixit ſub aliquo, nempe quia circulum & ellipſim, unicus terminus, hoc eſt linea circularis comprehendit: ad rectilineas vero figuras plures ſemper termini requiruntur.

Porrò notabis debere terminos, quantitatem, quæ figura dicitur, ambire & comprehendere, non vero tantum terminare. Unde ſequitur 1. Quod lineæ nulla propriè eſt figura, cum puncta lineam non ambiant ſed ſolum terminent. Sequitur 2. quod ſuperficiei infinitæ vel corporis infiniti, ſi quod dari poſſet, figura nulla ſit. 1. quia omnis figura debet ambire & comprehendere

prehendere figuratum. 2. quia terminis ambitur, terminus autem eſt extremũ rei: Quomodo verò id quod habet finem & extrema, erit infinitum?

15. *Circulus eſt figura plana ſub una linea A, B, C, comprehenſa, quæ vocatur peripheria: ad quam ab uno puncto, eorum quæ intra figuram ſunt poſita, omnes cadentes rectæ DA, DB, DC, æquales inter ſe ſunt.*

16. *Centrum vero circuli punctum illud appellatur.*

Theodoſius Sphæricorum lib. 1. def. 1, & 2. idem habet, definitione verò 5. ſic polum deſcribit.

Polus

Polus circuli in Sphæra, est punctum in superficie sphæræ à quo omnes rectæ ad circuli peripheriam tendentes, sunt inter se æquales. Ex quibus colliges inter centrum & polum hoc tantùm esse discriminis, quòd centrum concipiatur intra figuram positum Polus verò in superficie Sphæræ.

17. *Diameter autem circuli est recta quædam A B, per centrum D, ducta & terminata ex utráque parte, à circuli peripheria A, & B, quæ & bifariam secat circulum.*

Hîc tria observabis 1 omnes diametros ejusdem circuli esse æquales inter se, cùm earum medie-

medietates ex def 15. sint æquales. 2. Quod sequitur ex 1[a]. est quòd licet in circulo possint infinitæ duci rectæ non transeuntes per centrum, solæ tamen rectæ per centrum ductæ, & in peripheria terminatæ dicuntur diametri, quia cum solæ sint omnes æquales inter se, determinatæque longitudinis, aliæ verò inæquales semper & incertæ: diameter sola potest metiri circulum. Mensura enim cujusque rei, ait Ptolemæus, in Analemmate, debet esse stata determinatáq; non indefinita. Unde non est quod mirentur tyrones, si in feminino genere ponatur à Mathematicis. Idem enim est diameter quod linea dimetiens vel in duo æquales dividens.

[a] Aristot. sec. 15. probl. num. 1. & 2.

3. Est, Diametrum bifariam secare circulum, quod ita demonstrat Thales apud Proclum. Concipe animo portionem semicirculi sic coaptari portioni reliquæ ut diameter sit

ſit utriúſque baſis. Si circumferentia una congruat penitus circumferentiæ alteri, manifeſtum eſt illas duas portiones à diametro factas, eſſe inter ſe æquales, cum neutra aliam excedat. Si verò circũferentia una non congruat cum altera, ſed vel extra eam cadat, vel intra, vel partim intra, partim extra: tunc rectæ ductæ à centro ad circumferentiam erunt æquales & non erunt.

18. *Semicirculus autem eſt figura quæ continetur ſub diametro AB & ſub ea linea ADB, quæ aufertur de circuli peripheria.*

19. *Seg-*

19. *Segmentum circuli est figura quæ continetur sub recta & circuli peripheria.*

Per rectam hîc intellige omnem non diametrum, nisi item velis semicirculum dicere segmentum.

20. *Rectilineæ figuræ sunt quæ sub rectis continentur.*

21. *Trilateræ quidẽ quæ sub tribus.*

22. *Quadrilateræ vero quæ sub quatuor.*

23. *Multilateræ autem quæ sub pluribus quàm quatuor rectis comprehenduntur.*

24. *Tri-*

34. *Præter has autem reliquæ quadrilateræ, trapezia appellentur.*

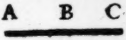
Τράπεζα Græcis est mensa unde diminutivum τὸ τραπέζιον mensula, abaculus, hinc apud Mathematicos τὰ τραπέζια figuræ quadrilateræ quæ mensas aliquatenus referunt: Est vero Trapezium vel isosceles, vel scalenum vel irregulare.

35. *Parallelæ sunt rectæ, quæ in eodem plano existentes, & productæ in infinitum ex utraque parte, in neutram mutuò incidunt.*

Ad hoc ut duæ rectæ dicantur parallelæ, non ſufficit ut productæ in infinitum non concurrant. Sic enim duæ rectæ in tranſverſum poſitæ media re aliqua, & non ſe tangentes, dicerentur parallelæ, quia nunquam concurrerent. Sed requiritur præterea, ut ſint in eodem plano.

Poſtulata.

1. *Poſtuletur à quovis puncto* A *ad quodvis punctum* B. *rectam lineam* AB. *ducere.*



2. *Et terminatam rectam* AB *in continuum rectà producere. in* C.

3. *Et quovis centro & intervallo circulum describere,*

Communes notiones seu Axiomata.

1. *Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia.*
2. *Et si æqualibus æqualia adjecta sint, tota sunt æqualia.*
3. *Et si ab æqualibus æqualia ablata sint, quæ relinquntur sunt æqualia.*
4. *Et si inæqualibus*

æqualia adjecta ſint, tota ſunt inæqualia.

5. *Et ſi ab inæqualibus æqualia ablata ſint, reliqua ſunt inæqualia.*

6. *Et quæ ejuſdem duplicia, inter ſe ſunt æqualia.*

7. *Et quæ ejuſdem dimidia, inter ſe ſunt æqualia.*

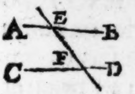
8. *Quæ congruunt ſibi mutuo, inter ſe æqualia ſunt.*

Id eſt quæ collata, ita componuntur, ut pars parti reſpondeat, & terminus termino, æqualia ſunt. Lineæ autem certæ & æquales congruunt, uti & anguli.

9. *Et totum parte majus eſt.*

10. *Et omnes recti anguli æquales inter ſe ſunt.*

11. *Si*



11. *Si in duas rectas* AB. CD. *recta* EF. *incidens interiores & ad easdem partes angulos* BEF. EFD. *duobus rectis minores faciat; productæ duæ illæ rectæ in infinitum, coincident inter se ad eas partes in quibus sunt anguli duobus rectis minores.*

Scio principium hoc obscurum quibusdam, & à Gemino & Proclo rejectum à numero principiorum: verum non debet res aliqua à notionibus cõmunibus rejici, quòd unus aut alter ei assensũ neget: oporteret enim & nonũ expungere. Jam enim sunt aliqui Philosophi adeo subtiles, ut negent totum sua parte majus. His & illis sufficiat dicere Euclidem cæterosque omnes, hæc

hæc omnia ex ſola terminorum notione evidentia cenſuiſſe, & exiſtimaſſe ſenſu communi carere, qui ea negaret. Ne ſcrupulus remaneat, illud demonſtrat Clavius prop. 28. l. 1.

12. *Duæ rectæ ſpatium non comprehendunt.*

Id eſt ex omni parte concludunt.

PRO-

PROPOSITIO I.

Super data recta terminata AB *triangulum æquilaterum* ABC, *constituere.* Proble-ma 1.

PRaxis, Ex centris A & B, ſpatio AB. deſcribe [a] duos [a] 3. Poſt.
circulos & ex puncto ſectionis C. duc [b] rectas CA, CB, [b] 1. Poſt.
dico triangulum ABC, eſſe æquilaterum.

Probatur Recta AC, æqualis eſſe [c] rectæ AB; & CB. eidem ergo rectæ AC CB [c] 15. Def.
ſunt æquales rectæ AB. Ergo CA CB. æquales ſunt [d] inter ſe; & cum tertia AB. [d] 1. Ax.
Ergo Triangulum ABC. eſt [e] æquilaterum. Quod erat faciendum. [e] 24. Def.

x fu.

PRO-

PROPOSIT. II.

Prob. 2.

Ad datum punctum A *datæ rectæ* BC. *æqualem rectam* AG. *ponere.*

a 1. Post. b 1. Prop. c 3. Post. d 2. Post.

PRix. Jungantur [a] AC. In rectam AC. fac [b] triangulum æquilaterum CDA. centro C spatio BC, duc [c] circulum: latus DC. produc [d] in E. centro D, spatio DE. duc majorem circulum: latus DA. produc in G. Recta AG æqualis est rectæ CB.

e Ex constr. f 15. Def. g 3. Ax. h 1. Ax.

Prob. Rectæ DA. DC. sunt [e] æquales. Rectæ DE. æqualis [f] recta DG, [g] Ergo recta AG. rectæ CE. Rursu, recta [f] CE. æqualis est rectæ CB. [h] Ergo AG. ipsi CB. Quicunque autem alii ponantur casus eadem semper erit constructio & demonstratio ut bene notat Clavius ex Proclo.

PRO-

PROPOSITIO III.

Datis duabus rectis inæqualibus A. *&* BC. *de majori* B.C. *minori* A. *æqualem rectam* BE. *detrahere.* Prob. 3

PRax. Ad datum punctum B datæ rectæ A. æqualem rectam DB, [a] pono. Centro B spatio BD. duco [b] circulum, abscissa BE. est æqualis ipsi A.

[a] 2. Prop. [b] 3. Post. [c] 15. Def. [d] Ex const. [e] 1. Ax.

Prob. Recta BE. est [c] æqualis ipsi BD. quæ ponitur [d] æqualis ipsi A. Ergo abscissa BE. æqualis est [e] datæ A. Quod erat faciendum.

PRO-

PROPOSITIO IV.

Theo. 1 *Si duo triangula* A, *&* D, *duo latera, duobus lateribus æqualia habeant, utrũq; utriq;* hoc eſt AB, ipſi DE, & AC, ipſi DF, *habeant & angulum* A, *angulo* D, *æqualem ſub æqualibus rectis contentum: Et Baſim* BC, *baſi* EF, *æqualem habebunt, & triangulum* ABC, *triangulo* DEF, *æquale erit, & reliqui anguli, reliquis angulis æquales erunt, uterque, utrique,* hoc eſt, angulus B, angulo E, & angulus C, angulo F, æqualis erit *ſub quibus æqualia latera* AB, ipſi DE & AC ipſi DF, *ſubtendunt.*

PRob. Latus AB. lateri DE. & latus AC. ipsi DF. & angulus A, angulo D. ponuntur æquales; ergo si super ponantur,[a] congruent: ergo & basis BC. basi EF. congruet. Lineæ enim rectæ sibi congruunt, quum extrema congruunt, aliàs non ex æquo sua puncta [b] interjacerent: Deinde si negas: earum una cadat vel supra EF. in G. vel infra in H. ergo duæ rectæ EGF. EF. spatium comprehendunt, quod est contra 12. axioma. Bases igitur & omnia latera congruunt; Ergo & anguli, cum anguli non sint aliud, [c] quam inclinationes ipsarum linearum, quæ supponuntur congruere. Omnia latera & anguli congruunt, [a] ergo totum triangulum toti triangulo est æquale. Quod erat demonstrandum.

[a] 8. *Ax.*
[b] *Def.* 4.
[c] *Def.* 8.

PROPOSITIO IV.

Theo. I

Si duo triangula A, *&* D, *duo latera, duobus lateribus æqualia habeant, utrũq; utriq;* hoc est AB, ipsi DE, & AC, ipsi DF, *habeant & angulum* A, *angulo* D, *æqualem sub æqualibus rectis contentum: Et Basim* BC, *basi* EF, *æqualem habebunt, & triangulum* ABC, *triangulo* DEF, *æquale erit, & reliqui anguli, reliquis angulis æquales erunt, uterque, utrique,* hoc est, angulus B, angulo E, & angulus C, angulo F, æqualis erit *sub quibus æqualia latera* AB, ipsi DE & AC ipsi DF, *subtenduntur.*

PROB.

PRob. Latus AB. lateri DE. & latus AC. ipsi DF. & angulus A, angulo D. ponuntur æquales; ergo si super ponantur,[a] congruent: ergo & basis BC. basi EF. congruet. Lineæ enim rectæ sibi congruunt, quum extrema congruunt, alias non ex æquo sua puncta [b] interjacerent: Deinde si negas: earum una cadat vel supra EF. in G. vel infra in H. ergo duæ rectæ EGF. EF. spatium comprehendunt, quod est contra 12. axioma. Bases igitur & omnia latera congruunt; Ergo & anguli, cum anguli non sint aliud, [c] quam inclinationes ipsarum linearum, quæ supponuntur congruere. Omnia latera & anguli congruunt, [a] ergo totum triangulum toti triangulo est æquale. Quod erat demonstrandum.

[a] 8. *Ax.*

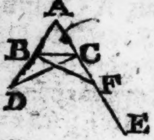
[b] *Def.* 4.

[c] *Def.* 8.

PRO-

PROPOSITIO V.

Tb. 2.



Isoscelium triangulorum A B C. qui ad basim sunt anguli ABC. ACB. inter se sunt æquales & productis æqualibus rectis AB. AC. puta in D. & E. qui sub basi sunt anguli CBD. BCF. inter se æquales sunt.

PRæparatio. Ex lineis AB, AC. productis, accipio æqualia BD, CF. & duco rectas CD. BF.

Prob. triangulorum BAF, CAD, unum latus BA. Uni CA. & alterum F A. alteri DA. æquale est [a] Et angulus BAC. utrique est communis: ergo Angulus A B F. æqualis est angulo ACD. & angulus AFB. angulo ADC. & basis BF. basi CD. æqualis. Rursus in triangulis BCD. CBF latus CF. lateri BD. ponitur æquale & latus FB. probatum est æquale ipsi DC. & angulus D. angulo F. æqualis. Ergo [b] anguli CBD. BCF, infra basim sunt æquales Anguli: ABF. ACD. probati sunt æquales. Ergo si ex eis tollam angulos C B F. BCD. quos item probavi æquales, restabunt [c] æquales anguli A B C. ACB. supra basim. Thales fertur autor hujus propositionis.

[a] Ex hypot. & ax.

[b] 4. Prop.

[c] 3. Ax.

Corollarium. Omne triangulum æquilaterum, est æquiangulum.

PROPOSITIO VI.

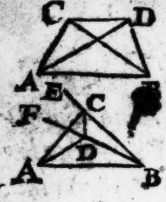
Si trianguli Tb. 3.
ABC. *duo anguli* ACB. *æquales inter se fuerint, & sub æqualibus angulis subtensa latera* AB. AC. *æqualia inter se erunt.*

SI negas: pars unius BD. [a] fiat æqualis alteri C A. [a] 3. P
hoc posito; triangula DBC. ACB. se habent juxta quartam nam latus BC commune & latera BD. CA. æqualia, & anguli DBC. ACB. æquales. Ergo & totũ triangulum, æquale erit toti triangulo, hoc est totum parti: quod repugnat. [b] [b] *Ax.* 9.

Coroll. Omne triangulum æquiangulum est æquilaterum.

PRO-

PROPOSITIO VII.



Super eadem recta AB, *duabus eisdem rectis* AC, BC, *aequales aliae duae rectae* AD, BD, *utraque utrique*, hoc est AC, ipsi AD, & BC, ipsi BD, *non constituentur ad aliud & aliud punctum*; puta D, *ad easdem partes*, nam ex alia nihil impedit *eosdem terminos* B, & A, *habentes*, *cum duabus initio ductis rectis*.

PRob. Quia si possint duci duae aliae, ducantur in D. Ergo triangulum C D. [a] est
ad 2. 5 Isosceles; ergo [b] anguli ACD.
5. Prop. ADC. aequales. Rursus triangulum CBD, [a] est Isosceles. Ergo [b] anguli BDC. BCD.

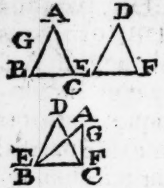
BCD. sunt æquales, cùm tamen angulus CDA. pars anguli totalis CDB. probatus sit æqualis totali angulo AC D. Idemq; sequetur incommodum ubicunque statuatur punctum versus easdē partes: Nam si ponatur punctum intra triangulum in D. ut in secunda figura, ductis A D. BDF. BCE. & DC. sic dico, rectæ A D. A C. ponuntur æquales: ergo [a] anguli ADC ACD. sunt æquales: similiter BD. BC. ponuntur æquales: ergo anguli infra basim ECD. FDC. sunt [a] æquales, ergo angulus F D C. major angulo ACD. & multo adhuc major erit angulus ADC cum jam ADC. ACD. probati fuissent æquales. [a] 5. *Prop.*

Denique non potest statui punctum in parte alicujus lineæ ex datis, alioqui pars esset æqualis toti, contra 9. ax.

BCD,

PROPOSITIO VIII.

Th. 5.



Si duo triangula A. D. *duo latera duobus lateribus* AB, DE, AC, DF, *aequalia habeant, alterum alteri: habeant etiam basim* BC, *basi* EF, *aequalem: & angulum* A, *angulo* D, *aequalem habebunt, sub aequalibus rectis contentum.*

PRob. Quia si congruant latera congruent & anguli: cum, [a] angulus non sit aliud quam inclinatio duarum linearum. Quod si quando superponentur non congruant, sed trianguli EFD, apex D. non cadat in A, sed in G, ergo tunc duae rectae duabus rectis aequales, super eadem recta BC, ducentur ad aliud punctum. Contra praecedentem.

[a] 8. Def.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Datum angulũ rectilineum B A C. *bifariam secare.* Prob. 4

PRax. Ex lateribus dati anguli BAC. sumo [a] rectam AD, & ipsi æqualem A E. supra basim D E, constituo [b] triangulum æquilaterũ DEF, duco rectam A F, quam asſero dividere bifariam angulum A.

a 3. Prop.

b 1. Prop.

Prob. Rectæ D, AE, ponuntur æquales: A F communis est, & basis DF, basi FE, ponitur item æqualis [b] ergo anguli DAF, FAE, sunt æquales. Ergo angulus BAC. divisus est bifariam: Quod faciendum erat.

b 8. Prop.

P RO-

PROPOSITIO X.

Prob 5

Datam rectam terminatam GH bifariam secare.

a 1. Prop. b 9. Prop.

PRax. Supra rectam GH, [a] constituo triangulum æquilaterum GAH, cujus angulum A, divido [b] bifariam, & ducta recta AF, dico rectam GH, divisam bifariam in I.

Prob. Triangula G I A, HIA, se habet juxta quartam ex constructione figuræ: ergo habent bases G I. I H. æquales Ergo recta GH. divisa est bifariam. Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Data recta D E. *à puncto* I. *in eâ dato, ad rectos angulos, rectam lineam* IA. *excitare.* Pro. 6.

PRax. Ex linea DE. à puncto I. ſumo [a] partes hinc inde æquales ID. IE. in D. E. [b] conſtituo triangulũ æquilaterum DAE. à puncto A. ad punctum I. duco rectam, quam aſſero perpendicularem

[a] 3. Prop. [b] 1. Prop.

Prob. Latus DI, [c] eſt æquale lateri IE & latus [d] DA, ipſi AE, & latus AI, commune. [e] Ergo anguli AID, AIE. erunt æquales, [f] ergo recti: ergo [f] AI perpendicularis.

[c] Ex [d] 23. Def. [e] 8. Prop. [f] 10. Def.

PRO-

PROPOSITIO XII.

Prob.4 *Super datam rectam infinitam* DE. *à dato puncto* A. *quod in ea non eſt, perpendicularem rectam lineam* AI. *excitare.*

PRax. Centro A. duco circulum. qui ſecet rectam DE à ſectionibus duco rectas
[a] 10. Prop. DA, EA; [a] divido DE, bifariam in I, & duco rectam AI. quam dico perpendicularem
[b] 15. Def. Prob. Latera AD. AE, [b] ſunt
[c] Ex Conſt. æqualia, [c] latus DI. æquale lateri IE, & AI. commune
[d] 8. Prop. [d] ergo anguli AID, AIE, ſunt æquales: [e] ergo recti: ergo
[e] 10. Def. AI. eſt [e] perpendicularis.

Hujus propoſitionis autor fertur Oenipides Chius annis ante Chriſtum circiter 550.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

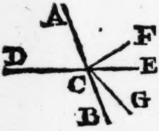
Cùm recta AB, *vel* B E, *supra rectam* CD, *consistens, angulos facit : aut duos rectos* ABC, ABD, *aut duobus rectis æquales* EBC, EBD. *faciet.* Th. 6.

PRob. Recta EB, cum recta DC, aut facit utrinque æquales angulos & [a] consequenter rectos; aut non facit: si non facit, [b] excitetur ex B. Perpendicularis BA. Quoniam igitur angulo ABD, æquales [c] sunt ABE, EBD. Si utrisque addas rectum ABC. [d] erunt duo recti ABC, ABD, æquales tribus angulis ABC, ABE, EBD, & consequenter tres illi æquales duobus rectis Q E P.

[a] 10. Def.
[b] 11. Prop.
[c] 13. Ax.
[d] 2. Ax.

PROPOSITIO XIV.

Tb. 7.



Si ad aliquam rectam AC, *& in ea punctum* C, *duæ rectæ* DC, CE, *non ad easdem partes ductæ, eos qui sunt deinceps angulos* ACD, ACE, *duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt inter se rectæ.* hoc est DCE, erit una linea recta.

PRob. Si rectæ DC, CE, non jacent in directum, [a] jaceat CF, aut alia quæpiam. Ergo anguli ACD, ACF, valent [b] duos rectos. Ergo [c] pars est æqualis toti. Nam prius ex hypothesi DCA, ACE. valebant duos rectos.

[a] Per. 2 Post.
[b] 13. Prop.
[c] Conr. Ax. 9.

PRO-

PROPOSITIO XV.

Si duæ rectæ AB, CD, *secent se invicem, angulos ad verticem* AED, CEB. *æquales in se efficient.* Tb. 8.

PRob. Nam sive angulo AED, sive CEB, addatur angulus medius DEB. [a] erit [a] 13. æqualis duobus rectis, [b] ergo Prop. anguli CEB, AED, sunt [b] 3. æquales. Idemque fiet si angulo AEC, vel DEB, adjiciatur angulus AED. Ax.

Thales Milesius fertur autor hujus propositionis.

Corol. 1. Duæ rectæ secantes se mutuo, efficiunt ad punctum sectionis, quatuor angulos, quatuor rectis æquales.

Corol. 2. Omnes anguli, circa idẽ punctum constituti, æquales sunt quatuor rectis.

PROPOSITIO XVI.

Th. 9.

Omnis trianguli, puta ABC, *uno latere* BA, *producto in* E, *externus angulus* EAC *utrolibet interno & opposito* C, *vel* B. *major est.*

[a] 10. *Prop.* PRob. Latus AC. [a] bisecetur in F. Ducatur BG. ita ut BF. sit æqualis FG. junge recta AG. tunc triangula AFG. FBC. habent se

[b] *Ex Const.* juxta 4. nam latus [b] AF. habens lateri FC. & latus FG. lateri FB &

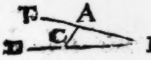
[c] 15. *Pro.* angulum AFG. [c] angulo BFC, æqualem: [d] ergo & angulum GAF,

[d] *Prop.* 4. angulo FCB, æqualem habebunt ergo angulus totalis EAC, externus

[e] 15 *Pr.* major est interno & opposito ACB. Quodsi latus AE, bisecetur in I, idem fiet & probabitur angulum externum DAB, majorem esse angulo ABC. Ergo cùm angulus EAC, [e] sit æqualis angulo DAB. erit angulus EAC, externus, major quolibet interno & opposito nempe angulo C. vel B.

PRO-

PROPOSITIO XVII.



Omnis trianguli ABC. *duo anguli*, BCA. CAB. vel alii quilibet, *quocunque modo sumpti, duobus rectis sunt minores.* Tb. 10

PRob. producto BC. in D. externus angulus ACD, [a] major est angulo A. vel B. sed anguli A C D. A C B. [b] valent tantum duos rectos, ergo anguli B & C interni, sive C A B B C A. sunt minores duobus rectis. idem dicam de angulis A & B si producam latus, BA.

a 16. Prop.

b 13. Prop.

Corol. 1. In omni triangulo, cujus unus angulus fuerit rectus vel obtusus, reliqui sunt acuti.

Corol. 2 Omnes anguli trianguli æquilateri & trianguli Isoscelis, anguli supra basim sunt acuti

PROPOSITIO XVIII.

Th. 11. 

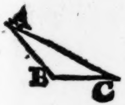
Omnis trianguli ABC. *majus latus* AC. *majorem angulum* ABC. *subtendit.*

SI negas: ex majori latere AC. [a] fac AD æquale ipsi AB duc rectam BD. [b] erunt anguli ABD. ADB. æquales. Est autem angulus ADB hoc est ABD. externus & oppositus angulo C. [c] ergo major. Multo ergo major est totalis angulus ABC angulo C. Major item est angulo A. nam fac CE æqualem ipsi CB. [d] erunt anguli CEB EBC. æquales, [e] & angulus CEB. hoc est EBC. major angulo A. [f] ergo angulus ABC. major angulo A. Q. E. D.

a 3. Prop.
b 5. Prop.
c 16. Prop.
d 5. Prop.
e 16. Prop.
f 9. Ax.

PRO-

PROPOSITIO XIX.



Omnis triangul ABC. *majus latus* AC. *sub majori angulo* ABC. *subtenditur.* Th. 12.

SI negas latus AC. esse majus latere AB. sint æqualia: [a] ergo anguli B. & C sunt æquales, contra hypothesim. Si latus AB. dicas majus latere AC. [b] ergo angulus C. major erit angulo B. contra hypoth. Idem dicam de latere BC. Ex quibus sic dico latus AC. nec minus est nec æquale lateribus AB. BC. ergo majus.

[a] 5. Prop.
[b] 18. Prop.

PROPOSITIO XX.

Tb. 13.

Omnis trianguli ABC. *duo latera*, puta AB. AC. *quomodocunque ſumpta, reliquo* BC. *ſunt majora.*

PRob. Produco CA in D. ſicut AD. ſit æquale ipſi AB & proinde [a] CD. æqualis ipſis CA AB ducta recta DB. ſic dico rectæ AD. AB. ſunt æquales [b] ergo æquales anguli D. & DBA. [c] Major ergo utrolibet erit totus angulus DBC. ſed hunc angulum ſubtendit latus CD. hoc eſt CA. AB. [d] ergo recta CD hoc eſt CA. AB. major eſt quàm latus BC.

a 2. Ax.
b 5. Pr.
c 9. Ax.
d 19. Prop.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

Si super trianguli ABC, *uno latere* BC, *ab extremitatibus duæ rectæ* BD, DC, *interius constitutæ fuerint, hæ constitutæ, reliquis trianguli duobus lateribus* AB, AC, *minores quidem erunt, majorem verò angulum continebunt*, i. e, angulus D, major erit angulo A. Th. 14.

PRob. 1ª. pars. Producto DB. in E. in triangulo BAE. duo latera BA. AE. [a] majora sunt tertio BE. ergo si addatur commune EC. erunt BA. AC. majora quam BE. EC. Eodem modo in triangulo CED. latera CE. ED. majora sunt tertio CD. ergo si commune addatur DB. erunt CE. EB. majora quam BD. DC. sed AB. AC. probata sunt majora quã BE. EC. ergo majora quã BD. DC. Prob. 2. Angulus BDC. externus [b] major est interno & opposito DEC. & hic major angulo A interno & opposito, multo ergo major angulus BDC. angulo. A Q. E. P.

[a] 20. Prop.

[b] 16. Prop.

PROPOSITIO XXII.

Prob. 8

Ex tribus rectis DF, FG, GH, *quæ sunt æquales tribus datis rectis* A, B, C, *triangulũ* FIG, *constituere: oportet autem duas* DF, GH, *quomodocunque sumptas, reliqua* FG, *esse majores:* [a] *quoniam omnis trianguli duo latera quomodocunq; sumpta reliquo sunt majora.*

[a] 20. Prop.

PRax. Datis rectis A B C. sume ipsis ordine æquales DF. FG. GH. centro F spatio FD duc circulũ DI. & centro G spatio GH duc alium HI. junge datas cũ intersectione circulorum in I lineis FI. GI. & factum esse quod petitur.

Prob. In triangulo FIG. recta FI æqualis est [b] ipsi DF. hoc est A & GI. ipsi GH. hoc est C. & GF. ipsi B.

[b] 15. Def.

PRO-

PROPOSITIO XXIII.

Ad datam re- Prob. 9
ctam AB, *&*
punctum in ea
C, *dato angulo*
rectilineo DE
F, *æqualem angulum re-*
ctilineum GCB *constitu-*
ere.

SUme in rectis EH FI. duo puncta utcunq; puta D. & F. quæ recta DF. junges Tum [a] fiat triangulum CGB. [a] 22. Prop. habens latera æqualia lateribus trianguli EDF. singula singulis : hoc facto triangula se habent juxta propositionẽ 8. ergo anguli E & C. erunt æquales Hujus verò propositionis autor fertur Oenipides Chius.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.

Tb. 15

Si duo triãgula ABC DEF, *duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri*, hoc eſt AB, ipſi DF, & AC, ipſi DE, *angulum vero* A, *angulo* D, *majorem habuerint, ſub æqualibus rectis contentum: & baſim* BC, *baſi* FE, *majorem habebunt.*

a 23. Prop. SI negas: ad rectã FD & ad punctum in ea D. [a] fiat angulus FDG. æqualis angulo A. & latus DG, ipſi DE, hoc eſt ipſi AC, ſit
b 4. Prop. æquale, [b] & conſequenter baſis BC. baſi FG. jungantur rectæ
c 5. Prop. GE. GF. anguli DGE. DEG. [c] æquales erunt. Ergo totus angulus FEG major quam DEG. major etiam erit quam DGE: & multo
d 19. Prop. major quam FGE. [d] ergo recta GF. & huic æqualis BC. major eſt quam EF.

PRO-

PROPOSITIO XXV.

Si duo triangula ABC. DEF, *duo latera, duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri* hoc est A B, ipsi ED, & AC, ipsi DF, *basim verò* BC, *basi* EF, *majorem habuerint: & angulum* A, *angulo* D, *majorem habebunt sub æqualibus rectis contentum.* Tb. 16.

PRob. Quia si angulus A. non est major angulo D. erit vel æqualis: vel minor: si æqualis: [a] ergo bases BC. EF. erunt æquales, quod est contra hypothesin. Si minor: cum latera AB. AC. sunt æqualia ipsis DE. DF basis EF. [b] major erit base BC. contra hypoth.

[a] 4. Prop.

[b] 24. Prop.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.

Tb.17. *Si duo triangula, duos angulos, duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri, & unum latus uni lateri æquale, sive quod adjacet æqualibus angulis, sive quod uni æqualium angulorum subtenditur, & reliqua latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo.*

PRob. Sint in triangulis ABC. DEF. anguli B. & C. æquales angulis E. & F. sintque primo latera BC. EF. (quæ adjacent angulis æqualibus) æqualia. Si latus ED. non est æquale ipsi BA. sit majus, & sumatur EG. æqualis

lis ipſi BA. tum ducta FG. duo latera triangulorum GEF. ABC. æqualia ſunt, & anguli E. & B. æquales contenti inter latera æqualia. [a] Ergo anguli C & GFE. ſunt æquales, quod eſſe non poteſt, nam angulus GFE. eſt pars ipſius DFE. qui æqualis ponebatur ipſi C. nam ergo DE major eſt quam BA. Sed neque minor, aliàs lateri BA. eadem quæ prius applicaretur demõſtratio. Ergo æqualis. Ergo triangula LEF. ABC. ſe habent juxta 4. & latera lateribus, & anguli angulis correſpondentibus ſunt æquales.

Sint deinde latera AB DE. ſubtendentia æquales angulos C. & EFD. inter ſe æqualia, dico altera BC. CA. ipſis EF. FD eſſe æqualia, & angulum A. angulo D æqualem. Si enim latus EF ſit majus latere BC ſume rectã EG. æqualem ipſi BC. duc rectam DG. quoniam igitur latera A B.

BC.

BC. sunt æqualia ipsis DE EG. & anguli B & E sunt æquales ex hypoth. erit angulus C angulo EGD æqualis.[b] Igitur & angulus EGD angulo EFD. erit æqualis, hoc est externus interno & opposito [c] quod est absurdum. Non ergo latus BC lateri EF inæquale, ergo æquale; ergo triangula ABC DEF se habent juxta 4 cum latus AB ipsi DE. & BC. ipsi EF. & angulus B angulo E. sit æqualis & consequenter basis AC. basi DF. Thales Milesius autor hujus.

[b] 4. Pr.

[c] 16. Prop.

PRO-

PROPOSITIO XXVII.

Si in duas AB. CD. *recta* EF. *incidens, angulos alternos* AGH. DGH. *æquales inter se fecerit: parallelæ erunt inter se rectæ.* Tb.18.

PRob. Si non sunt parallelæ, [a] coibunt tandem, puta in I. & fiet triangulus GIH. cujus angulus externus AGH erit [b] major interno & opposito GHD. cui tamen ex hypothesi erat æqualis. Idemque demonstrabitur si dicantur concurrere in K. Ergo non concurrunt. [a] Ergo sunt parallelæ.

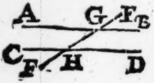
[a] 35. Def.

[b] 16. Prop.

PRO-

PROPOSIT. XXVIII.

Th. 19.



Si in duas rectas AB, CD, *recta* EF, *incidens, externum angulum* AGE, *interno & opposito & ad easdem partes* GHC, *æqualem fecerit: aut internos & ad easdem partes* AGH. GHC, *duobus rectis æquales fecerit: parallelæ erunt inter se rectæ.*

PRobatur 1ª. pars Angulo AGE [a] æqualis est angulus BGH. angulus CHG æqualis ponitur angulo AGE. [b] ergo alterni BGH. GHC. sunt æquales. [c] ergo rectæ AB. CD sunt parallelæ

Probatur 2ª Angulus EGA. cũ angulo AGF. [d] valet duos rectos,

[a] 15. *Prop.*
[b] 1. *Ax.*
[c] 27. *Prop.*
[d] 13. *Prop.*

rectos, anguli AGH. GHC. ponuntur æquales duobus rectis: [e] ergo anguli EGA. GHC. sunt æquales. Ergo rectæ AB. CD sunt parallelæ per priorem partem hujus

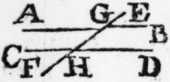
e 1 Ax.

Ex secundâ parte hujus propositionis, constat sufficienter de Veritate undecimi axiomatis.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.

Th. 20.



In parallelas rectas AB, CD, *recta* EF, *incidens*, *I*, *& alternos angulos* BGH, GHC, *æquales inter se facit*, 2. *& externum* FGB, *interno & opposito & ad easdem partes* EHD, *æqualem* 3. *& internos & ad easdem partes* AGH, CHG, *duobus rectis æquales.*

PRobatur 1. pars Anguli
a 13. DHG GHC [a] valent duos
Prop. rectos: anguli item DHG.
b 28. BHG. [b] valent duos rectos: [c]
c 3. ergo anguli BGH. GHC. sunt
Ax. æquales.

Prob. 2 Anguli EGB. BGH. valẽt duos rectos: anguli BGH GHD,

GHD. valent duos rectos, ergo anguli EGB. EHD. sunt æquales.

Prob. 3. Rectæ AB. CD. ponuntur parallelæ: [d] ergo neque versus A. neq; versus B. concurrunt, ergo tam versus A quam B. anguli interni ad easdem partes sunt æquales duobus rectis, [e] si enim ex aliqua parte essent minores ex eâ concurrerent.

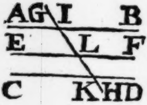
[d] 55. *Def.*

[e] 11. *Ax.*

Coroll. Omne parallelogrammum, habens unum angulum rectum, est parallelogrammum rectangulum.

PRO-

PROPOSITIO XXX.

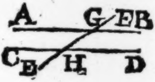
Th. 21. 

Quæ eidem rectæ EF, *parallelæ* AB CD, *& inter se sunt parallelæ.*

PRob. In has tres rectas in eodem plano positas, si cadat recta GH angulus - I L
a 29. æqualis erit angulo I L F [a]
Prop. quia sunt alterni; & angulus externus I L F. angulo L K D.
b 1. interno & opposito, [b] ergo
Ax. anguli AIL. LKD. sunt æquales, [c] ergo rectæ A B. C D.
c 27. sunt parallelæ.
Prop.

PRO-

PROPOSITIO XXXI.



A dato Prob.
puncto G, 10.
datæ rectæ
CD, *pa-*
rallelam rectam lineam
AB, *ducere.*

EX G. in datam CD. duc
rectam GH, utcunque,
& angulo GHD [a] constitua- [a] 23.
tur æqualis ad G. nempe an- Prop.
gulus HGA. [b] erit recta AB. [b] 27.
ipsi CD. parallela, quia an- Prop.
guli alterni AGA. DAG sunt
æquales.

PROPOSITIO XXXII.

Th. 22.

Omnis trianguli ABC, *uno latere* BC, *producto in* E, *externus angulus* ACE, *duobus internis & oppositis* ABC, BAC, *æqualis est: & trianguli, tres interni anguli* B, A, C, *duobus rectis æquales sunt.*

[a] 31. Prop.

PRob. prima pars [a] Ducatur ex C, recta CD. parallela rectæ AB. tunc quia recta A C. cadat in parallelas AB. CD angulus A. æqualis est alterno ACD. Et quia BC. cadit in easdē, angulus ECD. externus [b] æqualis est interno B. Totalis ergo ACE. æqualis est duobus internis & oppositis A B.

[b] 29. Prop.

Prob. 2, angulus ACB cum externo

externo ACE. [c] valet duos rectos, sed angulus ACE. [d] æqualis est angulis A. & B. ergò angulus C. cum angulis A & B. valent duos rectos, ergo tres anguli, &c. Hujus propositionis autor fertur Pythagoras Samius circa annum ante Christum 650.

[c] 13. Prop.
[d] 32. Prop.

Corol. 1. Omnes tres anguli unius trianguli, sunt æquales tribus cujuscunq; alterius trianguli simul sumptis; & quando duo sunt æquales duobus, erit & reliquus reliquo.

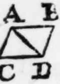
Corol. 2. In triangulo Isosceli rectangulo, anguli ad basim sunt semirecti.

Corol. 3. Angulus trianguli æquilateri est una tertia duorum rectorum, vel duæ tertiæ unius recti.

Sch. Omnis figura rectilinea distribuitur in tot triangula, quot ipsa continet latera demptis duobus, & anguli triangulorum constituunt angulos figuræ.

PROPOSITIO XXXIII.

Th.23. *Rectæ* AC, BD, *quæ*



æquales & paralle-
las AB, CD, *ad eas-*
dem partes conjun-
gunt : & ipsæ æquales &
parallelæ sunt.

PRob. Duc rectam DA. quæ
a 29. datas AB.CD jungat [a] tunc
Prop. anguli alterni DAB. ADC.
erunt æquales : latus AB. po-
nitur æquale lateri CD. latus
b 4. AD est commune [b] ergo ba-
Prob. ses AC. DB. sunt æquales :
[b] Ergo anguli CAD. ADB.
c 27. sunt æquales : [c] ergo rectæ
Prop. AC. DB. sunt parallelæ.

PRO-

PROPOSITIO XXXIV.

Parallelogrammorum spatiorum AB. CD. *quæ ex adverso &* *latera* AB. CD. AC. BD. & *anguli* AD. BC. *æqualia sunt inter se, & diameter* AD. *illa bifariam secat.* Tb.24.

PRob. Rectæ AB. CD. ponuntur parallelæ,[a] ergo angulus BAD. angulo CDA & angulus CAD. angulo ADB. sunt æquales, cum sint alterni Ergo triangula ABD. ACD. habent duos angulos æquales alterum alteri, & ipsis commune latus AD adjacet, [b] ergo reliqui anguli B & C. sunt æquales, & reliqua latera, AB ipsi CD. & BD. ipsi AC. erunt æqualia, cũ æqualibus angulis, nempe alternis opponantur. [c] Ergo triangula ABD. ACD, æqualia inter se.

[a] 19. Prop.

[b] 26. Prop.

[c] 4. Prop.

PROPOSITIO XXXV.

Th. 25.

Parallelogramma AD. FD. *super eadem basi* CD. *& in iisdem parallelis* AB CD. *constituta, inter se sunt æqualia.*

ID tribus modis potest contingere, si ut vides in 1[a] figura, sic dico rectæ AE.
[a] 1. Ax. FB, sunt [a] æquales, quia sunt
[b] 34. Prop. [b] æquales rectæ CD. Rectæ
[c] 34. Prop. AC. ED. sunt [c] æquales: angulus CAE. [d] æqualis est an-
[d] 29. Prop. gulo DFB. externus interno & opposito, ergo triangulum
[e] 4. Prop. CAE. æquale est [e] triangulo
[f] 2. Ax. DFB. [f] addito ergo communi FCD fient parallelogramma AECD, FBCD. æqualia.

Si ut in 2[a] Rectæ AE. FB. sunt

æquales ut prius: [f] dempta [f] 3.
igitur communi FE. erunt *Ax.*
æquales AF. EB. Rectæ AC.
ED. sunt [g] æquales: anguli [g] 34.
A & E. sunt [h] æquales, [i] ergo *Prop.*
triangula FAC. BED. sunt [h] 29.
æqualia: addito ergo commu- *Prop.*
ni trapezio EFCD. paralle- [i] 4.
logramma AECD. FBCD. *Prop.*
erunt [l] æqualia. [l] 2.

Si ut in 3[a]. idem repeto *Ax.*
Rectæ AE. FB. sunt [m] æqua-
les ipsi CD. [n] ergo & inter se: [m] 34.
ergo recta AF. [o] æqualis est *Prop.*
Rectæ EB. Rectæ AC. ED. [n] 1 *Ax.*
sunt [p] æquales, anguli item E [o] 2 *Ax.*
& A. sunt [q] æquales, ergo tri- [p] 34.
angula ACF. EDB. sunt [r] æ- *Prop.*
qualia: ergo utrique trapezio [q] 29.
si addas commune CGD. & *Prop.*
tollas GEF triangulum simi- [r] 4.
liter commune, parallelo- *Prop.*
gramma AD. CB. erunt æ-
qualia.

PROPOSIT. XXXVI.

Th. 26. *Parallelogrãma* AE. HD. *super æqualibus basibus* CE. FD, *& in iisdem parallelis* ABCD. *constituta inter se æqualia.*

PRob Connectantur parallelogramma rectis CHEB [a] quæ erunt æquales & parallelæ. Hoc posito [b] parallelogrammum AE æquale est ipsi CB. & parallelogrammũ CB ipsi HD. [c] ergo parallelogramma AE. HD, sunt æqualia.

[a] 34. Prop.
[b] 35. Prop.
[c] 1. Ax.

PRO-

PROPOSITIO XXXVII.

Triangula Th. 27. ACD.FCD. *super eadem basi* CD. *&* *iisdem parallelis* ABCD. *constituta, sunt inter se æqualia.*

PRob. [a] Per D ducas DE. parallelum rectæ CA. & DB ipsi CF. parallelogramma AD. CB. [b] erunt æqualia: [c] sed eorum dimidia sunt triangula ACD. FCD. [d] ergo triangula ACD.FCD. sunt æqualia.

[a] 31. *Prop.*
[b] 35. *Prop.*
[c] 34. *Prop.*
[d] 7. *Ax.*

PRO-

PROPOSITIO XXXVIII.

Th.28. 

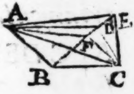
Triangula ACE. BFD. *ſuper æqualibus baſibus* CE. FD. *& in iiſdem parallelis* ABCD. *æqualia ſunt inter ſe.*

[a] 31. Prop. [b] 36. Prop. [c] 34. Prop. [d] 7. Ax.

PRob. [a] ducatur FG parallela ipſi AC. & FH. ipſi BD. [b] erunt parallelogramma AE. BF. æqualia. [c] Horum dimidia ſunt triangula ACE BFD [d] Ergo ſunt inter ſe æqualia.

PRO-

PROPOSITIO XXXIX.



Æqualia triangula ABC. DBC. *super eadē basi* BC. *& ad easdem partes constituta, & in iisdem sunt parallelis.* Hoc est AD. est Parallela BC. Th. 29.

PRob. Si negas AD. & BC. esse parallelas; [a] sit AE. cui recta BD producta occurrat in E. Ducta ergo recta CE [b] triangula ABC. EBC. erunt æqualia, quod fieri nequit: nam triangulum DBC ponebatur æquale triangulo ABC. Quod si dicas AF. & BC. esse parallelas, eadem repetetur demonstratio, & sequetur totum & partem esse æqualia.

[a] 31. Prop.

[b] 37. Prop.

PROPOSITIO XL.

Th. 30.

Æqualia triangula ABC DEF *super æqualibus basibus* BC. EF. *& ad easdem partes constituta, & in iisdem sunt parallelis* AD, BF.

PRob. Si negas rectas AD, BF, esse parallelas, fit AG. cui occurrat ED. producta in G. Tunc ducta G F erunt [a] triangula GEF. ABC. æqualia: ponebantur autem æqualia triangula ABC. DEF ergo totum GEF & pars DEF. eidem triangulo ABC. erunt æqualia.

a 33. Prop.

PRO-

PROPOSITIO XLI.

Si parallelogrammum AE, CD: *cum triangulo* FCD, *basim* CD, *habuerint eandem, & in iisdem parallelis* AF, CD, *fuerit: parallelogrammum* CE, *duplum erit trianguli* FCD. *Th.* 31

PRob. Ducatur diameter AD, Triangula FCD, ACD [a] sunt æqualia; Parallelogrammum CE, [b] est duplum trianguli ACD, [c] ergo & trianguli CFD.

[a] 37. *Prop.* [b] 34. *Prop.* [c] 6. *Ax.*

PRO-

PROPOSITIO XLII.

Pro.11


Dato triangulo ABC, *æquale parallelogrammum* G. *constituere in dato rectilineo angulo* D.

DAti trianguli ABC, Ba-
a 10. Prop. sim BC, divide [a] bifariã
b 31.p. in E ductaq: EA, [b] agatur per
c 23. A recta AH parallela ipsi EC
Prop. ad punctum E, [c] facto angulo
d 31. GEC, ipsi D æquali: [d] educa-
Prop. tur ex C, recta CH, ipsi EG, parallela, tunc figura GC, erit parallelogramma, cùm latus GH, ponatur parallelũ ipsi EC & latus CH, ipsi EG. Quod autem sit tale, quale petitur sic

Prob. Triangula ABE. AEC
e 38. sunt [e] æqualia: triãgulũ AEC
Prop. est [f] dimidiũ parallelogram-
f 41. mi, super eadẽ basi EC, con-
Prop. stituti: ergo totum triangulum
g 6. ABC est [g] æquale parallelo-
Ax. grammo GC, habet autẽ parallelogrammum ex constructione angulum GEC. æqualẽ dato angulo D quod petebatur.

PRO-

PROPOSITIO XLIII.

Omnis parallelogrammi, complementa eorũ quæ circa diametrum ſunt parallelogrammorum, inter ſe ſunt æqualia. Tb.32.

IN hac figura, parallelogramma circa diametrum ſunt, FK. HE. complementa verò dicuntur parallelogramma AG. GC. Euclides verò dicit hæc complementa ſemper eſſe æqualia.

Prob. triangula BAD. BCD. ſunt [a] æqualia: Itemq; triãgula BKG. GED & DHG ergo ſi ab æqualibus triangulis BAD. BCD. tollas æqualia, nempe BKG ipſi BFG. & GHD. ipſi GED complementa GA. GC. quæ remanent erunt æqualia QEP. [a] 34. Prop.

PRO-

PROPOSITIO XLIV.

Pr. 11. 

Ad datam rectam F, dato triangulo ABC, æquale parallelogrammũ CM, applicare in dato angulo rectilineo D.

[a] 42. Prop. CONstitue triangulo ABC, [a] æquale parallelogrãmũ CG, habens angulum GEC, æqualem angulo dato D. tum producas BC, in K, ſicut CK. ſit [b] æqualis datæ F. per K. agatur [c] KL parallela ipſi CH, occurrens GH, productæ in I, Deinde ex I, ducatur per C, diameter IC, occurrens rectæ CE, productæ in L, & per L, ducatur LM, parallela ipſi EK, ſecans IK, productam in M. producaturque HC, in F, dico parallelogrammum CM, eſſe quod petitur.

[b] 2. Prop. [c] 31. Prop.

Prob. Complementa GC, CM, ſunt [d] æqualia, complementum GC, eſt [e] æquale triangulo ABC, ergo & complementum CM, habet autem lineam CK, [e] æqualem datæ F, & angulum CNM, æqualem [f] angulo HKC, qui [f] æqualis eſt angulo GEC, qui ponitur æqualis dato angulo D. ergo parallelogrammum CM, æquale eſt triangulo ABC, & habet lineam CK, æqualem datæ F, & angulum CNM, æqualem dato D. quod petebatur.

[d] 34. Prop. [e] 42. Prop. [f] 28. Prop.

PRO-

PROPOSITIO XLV.

Dato rectilineo A D. æquale parallelogrammum ED. constituere, in dato rectilineo angulo F. P.0.13

DIvide rectilineũ in triangula recta CB, [a] fiat parallelogrammum EI, æquale triangulo B C D, in angulo H, æquali ipsi F, supra latus GI, [a] fiat parallelogrammum GD, æquale triangulo ABC, habens in I, angulum GID, æqualem ipsi H, & factum est quod petitur. [a] 44. Prop.

Prob. Rectæ EH, KD, [b] eidē GI, ideoq; & inter se sunt [c] parallelæ & [d] æquales: angulus GID, [e] æqualis est angulo EHI, [f] angulus EHI, cum angulo H I G, valent duos rectos: ergo & anguli GIH, GID, valent duos rectos: ergo [g] lineæ HI, ID, jacent in directum, similiterque EG, GK, & cum æqualibus HI, EG, æquales additæ sint ID, GK, totæ HD, EK, sunt æquales: ergo figura ED, est parallelogrammum cujus partes sunt æquales partibus dati rectilinei & in quo angulus H, æqualis dato F, ergo, &c.

[b] Ex const. [c] 30. Prop. [d] 34. Prop. [e] 29. Prop. [f] 13. Prop. [g] 14. Prop.

PRO-

PROPOSITIO XLVI.

Prob. 14.

A data recta AB. *quadratum* ABC D. *describere.*

a 11. Prop. Ex A & B [a] erige perpendiculares CA. DB. æquales ipsi AB. junganturque recta CD. & factum est quod petitur.

b 10. Def. c 28. Prop. d Ex const. e 33. Prop. Prob. [b] Anguli A & B. sunt recti: ergo rectæ AC. BD sunt [c] parallelæ: Utraque [d] est æqualis ipsi. AB. ergo & inter se: [e] ergo & AB. & CD. parallelæ, sunt æquales ergo AC. CD. DB. sunt æquales & figura est parallelogramma: cumque

f 34. Prop. anguli A & B sint recti [f] erunt etiam oppositi C & D recti, ergo figura AB CD. est quadratum. Q. EF.

PRO-

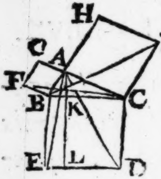
PROPOSITIO XLVII.

In rectangulis triangulis BAC. *quadratum* B D. *quod à latere* BC. *rectum angulum* BAC. *subtendente describitur, æquale est eis quæ à lateribus* BA. AC. *rectum angulum* BAC. *continentibus, describuntur quadratis* BG CH. Th.13.

PRob. Ex puncto A duc [a] rectam AL. parallelam ipsi BE & ducantur rectæ AD. BI. hoc posito triangula ACD. ICB. se habent juxta 4. nam latera CD, AC [b] sunt æqualia ipsis BC. CI. & anguli contenti ICB, ACD. æquales; cum anguli ICA, BCD.

[a] 13. Prop.

[b] 30. Def.



BCD. sint [b] recti, & angulus ACB. cõmunis, ergo triangula ACD. BCI. sunt æqualia. [c] Sed triangulum ACD. est dimidiũ parallelogrãmi LC cum sint supra eandem basim CD. & inter easdẽ parallelas AL. CD & triangulum ICB dimidium est quadrati CH. ob eandem causam. [d] Ergo quadratum CH. est æquale parallelogrãmo LC. cum eorum dimidia sint æqualia.

c 41. Prop.

d 6. Ax.

Jam ducãtur rectæ AE. FC. dico triangula FBC. ABE. esse adhuc æqualia, cũ se habeant juxta 4. & triangulum ABE. esse dimidiũ parallelogrãmi BL. sicut triãgulũ FBC. dimidiũ quadrati BG ergo quadratum BG est æquale parallelogrãmo BL. Totũ ergo quadratum BD æquale est quadratis BG. CH. quod erat probandũ

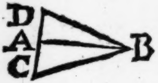
Hujus propositionis auctor fertur Pythagoras Samius.

PROPOSIT. XLVIII.

Si quadratum quod ab uno laterum CB. *trianguli* CA B. *describitur, æquale sit eis quæ à reliquis duobus trianguli lateribus* AB. AC. *describuntur quadratis: contentus angulus* CAB. *sub reliquis duobus trianguli lateribus* AB. AC. *rectus est.* Th. 34.

PRob. [a] ducatur ex A. ipsi AB. perpendicularis AD ipsi AC. æqualis, jungaturque recta DB. hoc posito sic dico: [b] angulus DAB rectus est, [c] ergo quadratum rectæ DB. æquale est quadratis rectarum B A. A D. vel A C. Jam

[a] 11. Prop.
[b] 10. Def.
[c] 47. Prop.



Jam quadratum ipsius CB. ex hypothesi æquale est quadratis earundem CA. AB. [d] ergo rectæ CB. BD sunt æquales. Ergo triangula CAB. ADB. habent tria latera æqualia. [e] Ergo habent & angulos æquales, qui æqualibus lateribus respondent. Ergo si angulus DAB. rectus est, erit etiam rectus CAB. cùm latera DB. BC. sint æqualia.

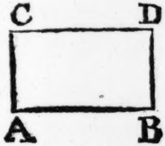
[d] 1. *Ax.*

[e] 8. *Prop.*

EUCLI-

EUCLIDIS
ELEMENTUM II.
DEFINITIONES.

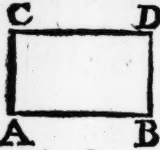
I.



Omne parallelogrammũ rectangulum ABCD. *contineri dicitur ſub duabus rectis* AB, BD, *quæ rectum comprehendunt angulum* ABD.

Quemadmodum in circulo cognita diametro, tota ejus area cognoſcitur, ſic expreſſis duabus lineis quæ angulum rectum continent in parallelogrammo rectangulo, ſtatim tota ejus quantitas intelligitur, nimirũ latitudo & longitudo.

Obſerva



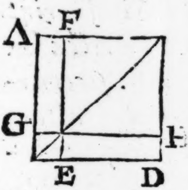
Observa 1. Illud parallelogrãmũ dici rectangulũ quod unũ habet angulũ rectum. Si enim unus est
a 29. 1. rectus [a] [b] erunt & reliqui recti.
b 35. 1. Observa 2. In sequentibus nomine rectanguli, Euclidem semper intelligere parallelogrammum rectangulum, licèt vis nominis id non exigat.

3. Geometras omne parallelogrammũ exprimere duas tantum nominando literas, quæ per diametrum opponuntur. At oppositum parallelogrammum appellant AD.

4. Cognitis lateribus rectanguli, inveniri ejus aream ex multiplicatione numeri unius lateris in numerum alterius lateris circa eundem angulũ, Similiterque cognita area rectanguli & uno laterum, inveniri alterũ latus si dividatur numerus areæ per numerum lateris dati, quotiens, enim erit latus quæsitum.

II.

II.



Omnis Parallelogrãmi spatii unumquodlibet eorum quæ circa diametrum illius sunt, parallelogrammum, cum duobus complementis gnomon vocetur.

IN parallelogrammo A D. parallelogrammum G E. cum duobus complementis G F. E H. vocatur γνώμων, quod Latine normam sonat, ejus enim speciem nobis exhibet.

PRO-

PROPOSITIO I.

Tb. 1.

Si fuerint duæ rectæ G. AB. *secetúrque altera ipsarum* AB. *in quotcunque segmenta* AE. EB. *comprehensum rectangulũ* CB. *sub duabus rectis* AC. hoc est G. & AB. *æquale est comprehensis rectangulis* CE. FB. *quæ sub insecta* CA. *&* *quolibet segmentorum* EA. EB.

PRob. Ex punctis A & B.
a 11. erige [a] perpẽdiculares AC
& 3.1. BD. æquales datæ G. & ducatur recta CD. sicque fiat
b 28.1. [b] [c] ex lineis CA hoc est G. &
c 44.1. AB. Rectangulum CB. rectam AB. utcunque divide in E. & fiat [d] EF, parallela & æqualis

lis ipsi AC, erunt CE, FB, rectangula. Nam angulus FEB, rectus est [e] quia æqua- [e] 29.1.
lis ipsi A, & consequenter [f] [f] 28.1.
reliqui anguli, & latera [g] late- [g] 34.1.
ribus oppositis æqualia. Hæc autem duo rectangula CE, BF. simul sumpta sunt æqualia totali BC, hoc est partes
toti [h] Q. E. P. [h] 19.4.

Idem patet in numeris, puta 6. & 2. divide 6. in 2 & 4. dico 12. numerum productum ex 6. in 2. æqualem esse duobus numeris 4. & 8. qui fiunt ex multiplicatione duorum in duo, & in quatuor.

PROPOSITIO II.

Tb. 2.

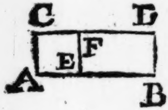
Si recta linea AB, *secta sit, utcunque* puta in C, & D, *Rectangula* E C, GD, HB, *comprehensa sub tota* AE, hoc est AB, *&* *quolibet segmentorũ* AC, CD, DB, *æqualia sunt ei, quod à tota* AB, *fit quadrato* AF.

[a] 46.1. PRob. Ex AB. fiat[a] qua-
[b] 31.1. dratum EB ex C. & D.
& 3.1. erigantur[b] CG.DH. paralle-
læ & æquales ipsi AE. hoc
posito, erit rectangulum EC.
comprehensum sub tota AE.
[c] 30. [c] hoc est AB & segmento AC
Def. & eodẽ modo rectãgula GD,
HB sub tota & utrolibet
segmentorum. Cum ergo re-
ctangula

ctangula EC. GD. HB. sint [d] quadrato AF æquales, patet rectangula comprehensa sub AE. hoc est AB & segmentis AC. CD. DB. æqualia esse quadrato lineæ AB. Q.E.P. [d] 19.a.

In numeris divide 10 in 7. & 3. dico 70. & 30. qui producuntur ex multiplicatione 10. in 7. & 3. æqualia esse 100 quadrato numeri 10.

PROPOSITIO III.



Si recta linea AB, *secta sit utcunque in* E. *Rectangulum* CB, *sub tota* AB, *&* *uno segmentorum* AC, *hoc est* AE, *comprehensum, æquale est & rectangulo* F B, *quod sub segmentis* B E, F E, *hoc est* EA, *comprehenditur, & illi quod à prædicto segmento* AE, *describitur quadrato* CE.

PRob. Datam AB, seco utcunque in E, ex punctis
[a] 11.1. AEB erigo [a] perpendiculares
[b] 31.1. AC, EF, BD, parallelas [b] in-
& 3.1. ter se & æquales segmento
AE. tum duco rectam à puncto C, ad D, quæ erit parallela [c] ipsi AB. Hoc posito sic
[c] 33.1.
[d] Ex const. dico, AC, est æqualis [d] ipsi AE, ergo rectangulum AD, est

est comprehensum sub tota AB, & uno segmentorum AC. hoc est AE Rursus FE. est [d] æqualis ipsi EA. ergo [c] rectangulum FB. est comprehensum sub segmentis BE. EF. hoc est AE. Denique parallelogrammum AF quadratum est [c] cum AC. EF sint [d] perpendiculares ipsi AE & eidem æquales. Ergo cum rectangulum AD æquale sit quadrato AF & rectangulo FB. patet rectangulum sub tota AB & segmento AE æquale esse rectangulo comprehenso sub segmentis AE. EB, & quadrato prædicti segmenti AE. Q. E. P.

c 31.
d 1.

In numeris divide 10. in 7. & 3. numerus 70. productus ex 10. in 7. æqualis est numero 21. qui ex 7 in 3 producitur; una cum 49. quadrato prioris partis 7.

PRO-

PROPOSITIO IV.

Th.4.

Si recta linea AB. *secta sit utcunq; in* C, *quadratum* AE, *quod à tota* AB, *describitur, æquale erit & quadratis* HF, CK, *quæ à segmentis* AC,CB, *describuntur, & ei quod bis sub segmentis* AC, CB, *comprehenditur rectangulo, nempe rectangulis* AG, GE.

a 46.1. PRob. Super datam AB, fiat a quadratum AE, ducas diametrumDE, ex C, fiat CF, parallela b rectæ BE. secans diametrum

b 31.1. in G. per quod age HK. parallelam b ipsi AB. hoc posito sic dico Trianguli ADB. latera AD. AB.

c 30. Def. sunt c æqualia, ergo anguli ADB. ABD. sunt d æquales, ergo semi-

d 5.1 recti, e cùm angulus A. sit rectus.

e 32.1. Itemque dicendum de triangulo EDB.

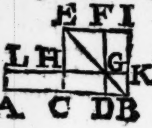
EDB. Rursus angulus DFG. rectus [f] est, angulus FDG, ostensus est [f 29. 1.] semirectus, ergo angulus FGD, etiam semirectus [g] est, ergo la- [g 32. 1.] tera DF, FG, sunt [h] æqualia: sed [h 6. 1.] ipsis etiam sunt æqualia [i] latera [i 34. 1.] opposita DH, HG, ergo paralle- [k 30. Def.] logrammum FH, quadratum [k] est. Eadem de causa quadratum erit CK, ergo HF, CK, quadrata sunt segmentorum AC, CB, cùm latus HG, sit æquale ipsi CB. Similiter rectangula AG, GE, continentur sub segmentis AC, CB, quia CG, GK, sunt æquales ipsi CB, cum CK, sit quadratum & GF, item æqualis rectæ HG, ob quadratum HF, hoc est rectæ AC. Igitur cum quadratum AE, sit æquale quadratis AF, CK, & rectangulis AG, GE, verum est quadratum AE, super datam AB, æquale esse quadratis segmentorum AC, CB, & rectangulo comprehenso sub iisdem segmentis, bis sumpto.

Si dividas 6. in 4. & 2. quadratum 6. hoc est 36. æquale est quadratis partium 4. & 2. hoc est 16. & 4. una cum numero 8. bis repetito, qui fit à partibus 2. & 4. in se multiplicatis

PRO-

PROPOSITIO V.

Tb. 5.



Si recta linea AB, secetur in æqualia C, & non æqualia D. Rectangulum LD, sub inæqualibus totius AB, segmentis AD, DG, hoc est DB, comprehensum, unà cum quadrato HF, quod ab intermedia sectionum CD, æquale est ei quod à dimidia CB, describitur quadrato CI.

PRob. Super dimidia CB fiat [a] quadratũ CI, ductaq; diametro BE, agatur [b] per D, recta DF, ipsi BI, parallela: ex eadem recta BI sume BK æqualẽ ipsi DB, & per punctũ K, [b], agatur KL ipsi AB, parallela & addatur AL parallela ipsi BK, hoc posito sic dico trianguli ECB, angulus C, rectus est [c] & latera CE, CB, æqualia, ergo [d] anguli E, & B. sunt æquales. Ergo [e] semirecti Itẽ, ergo [f] anguli CEB, IBE, sunt æquales & semirecti [e] ob eandem rationẽ. Rursus in parallelogrãmo DI, angulus D BI, rectus est ex cõstructione, ergo [f] angulus B D F, rectus.

a 46.1.
b 31.1.
c 30. Def.
d 5.1.
e 32.1.
f 29.1.

Nunc

Nunc in triangulo BDG, angulus D, rectus est: angulus DBG, probatus est semirectus ergo [c] & angulus BGD, semirectus est; ergo [g] latera BD, [g] 6. 1.
DG, sunt æqualia: ergo est rectangulum ID, est sub inæ- [h] 1.
qualibus segmentis AD, DG, def. 2.
hoc est DB, contentũ. Eodem modo demonstrabitur parallelogrãmũ HF, esse quadratũ supra segmentũ intermedium H G, hoc est CD, nam rectãgulũ LC, æquale est ipsi DI, cum utrũq; sit æquale ipsi CK nam LC, & CK, sunt [i] supra [i] 36. 1.
æquales bases & inter easdem parallelas: CG, vero & GI, sunt complementa [k] æqualia, [k] 43. 1
quibus si addas cõmune DK, erunt æqualia CK, & DI, cætera autem nempe HF, CG sunt communia.

Divide 10. æqualiter in 5. & 5. inæqualiter in 7. & 3. eritq; numerus 21 ex 7. in 3. unà cũ quadrato numeri intermedii 2 quod est 4 æquale quadrato dimidii 5. hoc est numero 25.

PROPOSITIO VI.

Th. 7. *Si recta linea* AB, *secetur bifariam* C, *eique recta quadam* BD, *in rectum adjiciatur, rectangulum* AI, *comprehensum sub tota* AB, *cum adjecta* BD, *&* *sub adjecta* DI *hoc est* BD. *una cum quadrato KG, à dimidia KH, hoc est CB, æquale est quadrato CE, à linea CD, quæ tum ex dimidia CB, tum ex adjũcta BD, componitur tanquã una linea, descripto.*

a 46.1. PRob. Super rectam CD, [a] fiat quadratum CE, per B,
b 31.1. age BG, parallelam [b] ipsi DE, sume DI, æqualem ipsi DB, & ex I, age IL, parallelam & æqualem ipsi DA, jungaturq;

recta

recta LA, quo facto sic dico Rectangula LC, KB, sunt inter easdem parallelas & supra æquales bases [b] ergo æqualia. Eidem KB, [c] æquale est complementum HE, ergo erit & HE. æquale ipsi LC, & additis communibus CH, BI, gnomon GD, IC, æqualis erit toti rectangulo AI, quod continetur sub tota AB, cum adjecta BD, & sub adjecta DI, hoc est BD, Jam vero gnomon GD, IC adjecto quadrato KG, partis dimidiæ KH, [d] hoc est CB fit æqualis quadrato ipsius CD quæ est pars dimidia cum adjuncta. Ergo parallelogrāmum AI, adjecto eodem quadrato KG, fiet æquale eidem quadrato CE.

[b] 36. 1.
[c] 43. 1.
[d] 34. 1.

In numeris 10. secentur bifariā in 5. & 5. addatur ie numerus 2. num. 24. qui producitur ex toto composito 12. in adjunctū 2. una cū quadrato 25. quadrato dimidiis æqualis est 49 quadrato numeri 7. qui ex dimidio 5. & adjecto 2. componitur. PRO-

PROPOSITIO VII.

Th.7. 

Si recta linea AB. *secetur utcunque in* C. *quod à tota* AB. *fiet, quodque ab uno segmentorum* CB. *utraque simul quadrata* AE. EF. *æqualia sunt & illi quod bis sub tota* AB. *& dicto segmento* CB. *comprehenditur rectangulo* AM. MF. *& ei quod à reliquo segmento* AC. *fit quadrato* HD.

46.1. PRob. Super AB, [a] fiat quadratum AE, sume BM, æqualem ipsi CB, ducantur
36.1. CL, MK, [b] parallelæ ipsis BE, AB produc BE, in G, sic
2.Ax. ut EG, sit æqualis ipsi BM, [c] hinc

hinc erit M G, æqualis ipsi BE, fiat quadratum EF, hoc posito quadratum totius AB quod est AE, cum quadrato segmenti CB, [d] hoc est EF, æqualia sunt rectangulis AM, MF, (quæ sumuntur sub tota AB, & segmento B C, cum BM, sit ipsi BC, æqualis & in rectangulo MF, latera MG, FG, sint æqualia ipsis BE, BM hoc est AB, CB, una cum quadrato alterius segmenti AC, quod est KL, totum videlicet partibus omnibus.

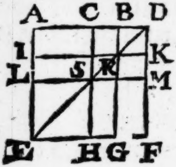
[d] *Ex const.*

Divide 6. in 4. & 2. quadratum totius 6. nempe 36. unà cum quadrato ipsius 2. hoc est 4 æqualia sunt numero 40. qui fit ex numero 6. bis ducto in 2. hoc est 24. unà cum quadrato alterius partis 4. quod est 16.

PRO-

PROPOSITIO VIII.

Th. 8.



Si recta linea AB, *secetur utcunque in* C, *rectangulum* IB, *quater comprehensum sub tota* AB, *& uno segmentorum* B R, *hoc est* B C, *cum eo quod à relicto segmento* AC, *hoc est* LS, *fit quadrato* LH, *æquale est ei quod à tota* AB, *& dicto segmento* BD, *hoc est* BC, *tanquã ab una* AD, *describitur quadrato* AF.

PRob. Rectæ AB, sectæ in C, adjiciatur in rectum BD ipsi BC, æqualis. Super tota AB & adjuncta BD, hoc est super AD, fiat quadratum E D, ex punctis B & C duc rectas BG, CH, ipsi DF, parallelas, acceptisq; DK, KM, ipsis BD, BC, æqua-

æqualibus, duc rectas KI, ML, ipsi DA, parallelas Hoc posito sic dico, circa R cõstituta sunt quadra. quatuor quorũ latera omnia ipsi BC sunt [a] æqualia Ducta diametro ED complementa AR, RF, [b] sunt æqualia suntq; rectangula sub tota AB & uno segmento BR, hoc est BC, eodẽq; modo IS, SG, sũt complementa æqualia, quibus si addas quadrata æqualia SR BK, fient rectangula duobus præcedentibus æqualia, cum sint inter easdem parallelas & æquales bases, ergo quatuor illa rectangula sunt sub tota & uno segmẽto Quod si quatuor illis rectãgulis addas quadratum LH, alterius partis LS, hoc est AC, vides illa omnia simul sũpta esse æqualia quadr. ED, quod fit supra AD.

[a] *Ex const.*
[b] 31.1.

Si 6. secentur in 4. & 2. ducatur quater numerus 6. in 2. fient 48. & addatur quadratũ ipsius 4. hoc est 16. fiet numerus 64. æqualis quadrato ipsius 8. qui numerus componitur ex toto 6. & parte 2. Prop.

PROPOSITIO IX.

Tb. 9.

Si recta linea AB. *secetur in æqualia in* C. *& non æqualia in* D. *quadrata, quæ ab inæqualibus totius segmentis* AD. DB. *fiunt, dupla sunt, & ejus quod à dimidia* AC, *& ejus quod ab intermedia sectionum* CD. *fit quadratorum.*

PRob. Secetur recta AB, æqualiter in C, & non æqualiter in D. Ex C, erigatur CE, perpendicularis ipsi AB. & æqualis ipsi CA, vel CB, ducanturq; rectæ AE, EB. Deinde ex D, erigatur DF, ipsi EC, parallela secans EB, in F. & jungatur recta GF, ipsi CD, parallela, ducaturq; recta AF, hoc
a Ex const. posito: trianguli [a] Isoscelis ACE,
anguli A & E sunt [b] æquales [c] &
b 5.1. semirecti, cum angulus ACE. sit
c 32.1. rectus. Idem dicendum de triangulo ECB. ergo totus angulus AEB, rectus est. Jam in triangulo

EGF,

EGF. angulus G. [d] æqualis est angulo C. [a] ergo rectus, ergo anguli E.&F. [b] æquales [c] quia angulus E. semirectus est : [c] ergo latera GE. GF. æqualia. Æqualis etiam utrique est CD. [a] cum GD, sit parallelogrammum. Igitur si ab æqualibus CE, CB, tollantur æqualia GE, CD, recta CG; [f] hoc est DF. ipsi DE, æqualis erit.

[d] 29.1.
[e] 6.1.
[f] 34.1.

Nunc sic rem probo, quadratum rectæ AF, [g] æquale est quadratis partium inæqualium AD, DB, hoc est DF, [g] æquale est quadratis AE, EF, quæ quadrata dupla sunt quadratorum rectorum AC, dimidiæ & CD, partis sectionibus interjectæ. Cum enim AC, CE, sunt pares & AE, det quadratum utriusque quadratis æquale, efficiet duplum quadrati ipsius AC, similiterque EF, dat duplum quadrati ipsius GF. seu CD, ergo quadratum ipsius AF, hoc est partium inæqualium AD, & DF, hoc est DB, duplum sunt quadratorum AC, partis dimidiæ & CD, lineæ sectionibus interjectæ Q E P.

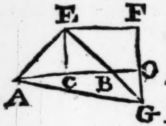
[g] 47.1.

Divide 10. in 5. & 5. & in 7. & 3. media sectio 2. quadrata 49. & 9. partium inæqualium 7.& 3. sunt duplum quadratorum 25. & 4. partis dimidiæ 5. & sectionis 2.

PRO-

PROPOSITIO X

Tab. 10.



Si recta linea AB, *secetur bifariam in* C, *adjiciatur autem ei in recta* BO, *quòd â tota* AB, *cum adjuncta* BO, *utraque simul quadrata* AO, BO, *duplicia sunt & ejus quod à dimidia* AC. *& ejus quod à composita* CO, *ex dimidia* CB, *& adjuncta* BO *tanquam ab una describitur quadratorum.*

PRob. Ex C, erigatur perpendicularis CE, æqualis ipsi AC, vel CB, jungantur rectæ AE, EB, ex E, fiat EF, parallela ipsi CO per O, ducatur OF, parallela ipsi CE, occurrens recti EB In G jungaturq; recta AG. Ostendetur ut propositione 9. angulum AEB, esse rectum & CEB, semirectum, ideóque

[a] ejus alterum ECF, semire- [a] 29.1.
ctum. Est autem [b] angulus F [b] 34.1.
rectus [c] ergo & angulus FEG [c] 32.1.
semirectus est [d] ergo rectæ [d] 6.1.
EF, FG, æquales. Eadem ratione æquales sunt rectæ BO, OG His ita positis dico, quadratum rectæ AE, [e] duplum [e] 47.1.
est quadrati dimidiæ AC, [f] [f] 34.1.
eodemque modo quadratum EG, duplum est quadrati EF, hoc [f] est CO, hoc est dimidiæ CB, & adjunctæ BO, quadratum AG, æquivalet quadratis AE, EG, ergo quadratum AG, æquivalet duplo quadrati AC, & dupli quadra. CO, sed idem quadratũ AG, æquale est quadrato AO, quod fit à tota AB, & adjũcta BO, & quadrato OG quod fit ab adjuncta OG hoc est BG Ergo quadrata AO, OB, æquivalent dupla quadratorũ AC & CO quod erat probandũ.

Numerus 10. secetur in 5. & 5. cui addantur 3 quadrati numeri 169. & 9. numerorũ 13 & 3 dupli sunt numerorum quadratorũ 25. & 24. qui ex numeris 5. & 8. gignuntur.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Prob. 1.

Datam rectam AB. *secare, ut comprehensũ sub tota* AB. *hoc est* CB. *& altero segmentorum* BG. *rectangulum* CG. *æquale sit ei* FG. *quod à reliquo segmento* GA. *fit quadrato* GF.

PRaxis. Ad punctum A. excita perpendicularem AD æqualem datæ AB. eam seca bifariam in E. duc rectam EB. & ipsi æqualem facias EA. productam in F. tunc si ex AB. abscindas AG æqualem ipsi AF. quæsita sectio erit G Ad demonstrationem vero, supra datam AB perficies quadratum AC, & supra rectam AF, quadratum FG. & rectam HG produces in I. hoc posito sic dico. Recta

DA.

DA,[a] secta est bifariam in E. eique in rectum adjecta est AF. [b] ergo rectangulum FI. quod factum est sub tota DA. & adjecta AF & sub adjecta FH hoc est FA una cum quadrato mediæ E A, æqualia sunt quadrato EF. hoc est EB quia ponuntur æquales. Jam quadratum E B[c] æquale est quadratis BA AE. ergo quadrata BA. AE. sunt æqualia rectangulo FI. & quadrato EA. Ergo si commune quadratum AE. tollas, rectangulum FI. remanebit æquale quadrato AB. hoc est AC. Quod si ab æqualibus AC. FI tollas commune AI. remanebit CG. rectangulum sub tota CB hoc est BA. & altero segmentorum G B, æquale quadrato GF. quòd fit à reliqua parte GA. quod erat faciendum.

[a] *Ex const.*
[b] 6.2.
[c] 47.1.

PRO-

PROPOSITIO XII.

Th. 11. 

In amblygoniis trianguli ABC *quadratū quod fit à latere* AC, *angulum obtusum* B, *subtendente, majus est quadratis quæ fiunt à lateribus* AB, BC, *obtusum* B, *comprehendentibus, pro quantitate rectanguli bis comprehensi, & ab uno laterum* CB, *quæ sunt circa angulum obtusum in quod cum protractum fuerit puta in* D, *cadit perpendicularis* AD, *& ab assumpta exterius linea* AD, *sub perpendiculari* AD, *prope angulum obtusum* A B C.

Vult igitur in proposita figura, quadratum lateris . . C, æquale esse quadratis

A B,

AB BC & rectangulo ex lineis CB DB. bis sumpto. Sic autem probatur. Recta CD, divisa est utcunq; in B, [a] ergo quadratum rectæ CD, æquale est quadratis rectarum CB, BD, & rectangulo comprehenso bis sub DB BC Adde commune quadratum rectæ DA, erunt duo quadrata rectarum CD, DA, æqualia tribus quadratis DA, DB, CB, & rectangulo comprehenso bis sub DB, BC, sed quadratum rectæ AC, æquivalet quadratis AD, DC, igitur & quadratum rectæ AC, æquale erit tribus quadratis rectarũ AD, BD, *B*C, & rectangulo comprehenso bis sub DB, BC, Nunc quadratum rectæ AB, æquale est quadratis ipsarum BD, DA, ergo quadratum rectæ AC, æquale est quadratis rectarum CB, BA, & rectangulo bis contento sub CB, BD. In triangulo igitur, &c.

[a] 4. 2.

PROPOSITIO XIII.

Th.12. 

In Oxygoniis triangulis ACB *quadratũ à latere* AB. *acutũ angulum* C. *ſubtendente, minus eſt quadratis quæ fiunt à lateribus* BC. CA *acutum angulum* C. *comprehendentibus, pro quantitate rectanguli bis comprehenſi & ab uno laterum* BC. *quæ ſunt circa angulum acutum: & ab aſſumpta interius linea* DC, *ſub perpendiculari, prope acutum angulum* C.

PRob. Conſtituta ut vides figura: recta BC, diviſa eſt utcunq;in D, ergo per 7.2. quadra-

quadrata rectarum BC, DC, æqualia sunt rectangula bis sumpto sub rectis BC, CD, & quadrato reliqui segmenti BD. Addo utrisque commune quadratum rectæ DA, sic tria quadrata BC, DC, DA, æqualia sunt quadratis duobus BD, DA, & rectangulo bis sumpto sub BC. DC. Nunc quadratis duobus DC. DA, [a] æquale est quadratũ AC. Ergo duo quadrata rectarum BC, CA, æqualia sunt rectangulo bis sumpto sub BC. DC, & quadratis BD, DA, [a] hoc est AB. Ergo quadratum rectæ BA, minus est quadratis AC, CB, rectangulo bis sumpto suo rectis BC, DC, quod erat probandum.

[a] 47.1.

PROPOSITIO XIV.

Tb.13.

Dato rectilineo A, æquale quadratū CH, constituere.

PEr 45.1. fiat rectangulum BD, æquale rectilineo A, si rectanguli latera sint æqualia, erit quadratum quod petitur. Si inæqualia, producas unum puta DC, in F, sic ut CF, æqualis sit ipsi CB, seca bifariam DF, in G, & centro G, spatio D, duc circulum DHF, producito latus BC, in H, quadratū quod fiet ex CH, erit æquale rectangulo CE.

Prob. Recta DF, secta est æqualiter in G, & non æqualiter in C, ergo rectangulum CE, sub inæqualibus segmentis DC, CB, hoc est CF, una

[a] 5. 2. cum quadrato segmenti medii

[b] 15. GC, [a] æqualia sunt quadrato

Def.1. rectæ GF, [b] hoc est GH,

qua-

quadratum GH, [c] æquale est quadratis GC, CH, & consequenter quadrata GC, CH æqualia sunt rectangulo CE, & quadrato GC, Ergo si tollas commune quadratum GC remanebit quadratum rectæ CH, æquale rectangulo CE, hoc est rectilineo A, quod erat faciendum. [c] 47.1.

OBJECTIO.

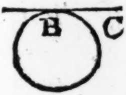
IN superioribus, frequenter usus es numeris: cum tamẽ in demõstrationibus geometricis numeri usui esse non possint; quia irrationales & incommensurabiles quantitates non explicant. Resp. 1. Semper in omnibus præponi geometricas demonstrationes. Resp. 2. Non recipi quidem debere numeros in demonstrandis affectionibus, & irrationalium aut incommensurabilium quantitatũ habitudinibus, quæ sola quantitate continua cognoscuntur: ve-

rum nemo negarit in demonstrationibus quantitatis continuæ majoris lucis gratia, & explicandæ clarius propositionis, nos posse uti numeris, modo eos non accipiamus pro fundamento rationis. Unde robur suum non accipit demonstratio à numeris sed lucem tantum. Et vero iis usus est Archimedes proposit. 2. de circuli dimensione & post eum omnes passim geometræ.

EUCLI-

EUCLIDIS
ELEMENTUM III.
DEFINITIONES.

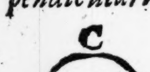
1. *Æquales circuli sunt, quorum diametri* AB, BC, *sunt æquales : vel quorum, quæ ex centris* DE, *rectæ lineæ* DF, EG, *sunt æquales.*



2. *Recta circulum tangere dicitur, quæ cum circulum tangat*, puta in B, *si producatur in* C, *circulum non secat.*

3. *Circuli ſe mutuo tangere dicuntur, qui ſeſe mutuo tangentes in* A, *ſeſe mutuo non ſecant.*

4. *In circulo æqualiter diſtare à cẽtro rectæ dicuntur, cum perpendiculares* DE. DF. *à centro* D. *ad ipſas* AB.GK *ductæ æquales ſunt, longius autem abeſſe dicitur* GH. *in quam major perpendicularis* DI. *cadit.*



5. *Segmentum circuli, eſt figura quæ ſub recta* AB. *& cir-*

culi peripheria ACB. *comprehenditur.*

6. *Segmenti autem angulus est* CAB *qui sub recta linea* AB. *&* *circuli peripheria* CA. *comprehenditur.*

7. *In segmento autẽ angulus est* ABC. *cum in segmenti circumferentia sumptum fuerit punctum quodpiam B. & ab eo in terminos rectæ AC. quæ est basis segmenti, rectæ* BA. BC. *fuerint adjunctæ, is inquã angulus* ABC. *ab adjunctis illis rectis* BA. BC. *comprehensus.*

 8. *Cum*

8. *Cum vero comprehē-dentes angulum* DAB, *rectæ* AD, AB, *aliquam assumunt peripheriam* BCD, *illi angulus dicitur insistere.*

9. *Sector circuli est, cum ad ipsius circuli centrum* A, *angulus* BAC, *fuerit constitutus: comprehensa nimirum figura & à rectis* AB, AC, *angulum* BAC, *continentibus & à peripheria* BC, *ab illis assumpta.*

10. *Simi-*

10. *Similia circuli segmenta sunt* ABC, DEF, *quæ angulos* BAC, EDF, *capiunt æquales, aut in quibus anguli* CBA, FED, *inter se sunt æquales.* Dicendum potius fuisset, quæ sunt in eadem ratione ad suos circulos: & fuisset propositio facienda, quod quæ angulos æquales faciunt & sunt similia, & probaretur, quia similibus insistunt peripheriis.

PROPOSITIO I.

Prob. 1

Dati circuli A B C, *centrum* F, *reperire.*

PRaxis. Ductam utcunque
[a] 10.1. lineam AC,[a] divide bifa-
[b] 11.1. riam in E. Ad punctum E,[b]
erige perpendiculare attingentem ambitum in B, & D, hanc BD, bifariam [a] seca in F, punctum F, erit centrum circuli.

Prob. Non est aliud punctũ
[c] 15.1. Def. in recta BD,[c] cum centrũ ibi sit tantũ ubi linea secatur bifariam. Neq; erit extra rectã BD. Sit enim in G, ducanturque GA.GE,GC, Latera GA
[d] Ex const. AE, sunt æqualia ipsis GC, CE, & GE commune. Ergo
[e] 8.1. tota triangula[e] sunt æqualia, & anguli GEA GEC, æquales.
[f] 10.1. Def. [f] Ergo angulus GEA, rectus: quod esse non potest
[g] Ex const. cum ejus partialis FEA [g] sit rectus.

PRO-

PROPOSITIO II.

Si in circuli ABC, *peripheria, duo qualibet pũcta* AC, *accepta fuerint, recta* AC, *quæ ad ipſa puncta adjungitur, intra circulum* ABC, *cadet.* Th. 1.

PRop. Si non cadat intra, cadat extra, ſitq; recta ADC, Centro E, [a] reperto, ducantur rectæ EA, EC, ED, ſecétque ED, peripheriam in B, quia autem trianguli EADC, (qui rectilineus ut vis ponitur) latera EA, EC, ſunt [b] æqualia, [c] erunt anguli EADC, ECDA, æquales. Eſt autem externus ADE, [d] major interno DCE, & per conſequens quam EAD. Ergo AE, & ei [b] æqualis EB, [e] major erit quam ED, pars toto. Non ergo recta ex A, ad C, ducta, extra circulum cadet, ergo intra.

[a] 1. 3.
[b] 15. 1. Def.
[c] 5. 1.
[d] 16. 1.
[e] 19. 1.

PRO-

PROPOSITIO III.

Tb. 2. 

Si in circulo CBD, *recta quædam* CE, *per centrum* A, *rectam quandam* BD, *non per centrum, bifariam in* F *secet, & ad* (angulos) *rectos eam secabit: Et si ad rectos eam secet, bifariam quoque eam secabit.*

PRob. 1[a]. pars. Ductis à
a 15.1. centro A [a] æqualibus re-
d 1. ctis AB, AD, triangula ABF,
AFD, habent omnia latera
b 8.1. æqualia, singula singulis: [b] ergo anguli AFB, AFD, sunt
c 10.1. æquales, [c] ergo recti.

Prob. 2[a]. pars. Latera AB, AD sunt æqualia: angulus
d 5.1. ABD, [d] æqualis est angulo
e Ex. const. ADB, & AFB, [e] ipsi AFD.
f 26.1. [f] Ergo latera BF, FD sunt æqualia

Prob.

PROPOSITIO IV.

Si in circulo ADB, *duæ rectæ* AB, CD, *ſeſe invicem ſecent, non per centrum* F, *extenſæ, non ſeſe bifariam ſecant.* Th. 3.

PRob. Vis ut altera tantum per centrum tranſeat & alia non: [a] ergo altera alterã non ſecabit bifariam. Vis ut neutra tranſeat. Ex centro F, in punctum ſectionis E, duco rectam FE, & ſic dico. Vis rectas EA, EB, eſſe æquales. [b] Ergo anguli FBA, FEB, ſunt recti. Similiterque vis rectas EC, ED, eſſe æquales, [b] ergo angulus FEC, rectus quod repugnat, cum ſit pars recti FEB.

a 15. 1. b 3. 3.

PRO-

PROPOSITIO V.

Tb. 4.

Si duo circuli DCB, ECB, *ſeſe mutuo ſecent in* B, *&* C. *non erit illorum idem centrum* A.

PRob. Ductis rectis AB, AD, hæ erunt æquales, cum ſint à centro ad circumferentiam. Rectæ etiam AE, AD, erunt æquales, cum etiam ducantur à centro ad circumferentiam: pars toti: quod repugnat.

PRO-

PROPOSITIO VI.

Si duo circuli Th. 5.
AB, CB, *ſeſe mutuo interius tangant in* B, *eorum non erit idem centrum* D.

PRob. Ductis BD, DC, linea D A, eſt æqualis lineæ DB, cum ſint ductæ à centro ad circumferentiam. Lineæ DC, D B, ſunt æquales ob eandem cauſam. Ergo D A, DC, erunt æquales, pars toti, quod repugnat.

PRO-

PROPOSITIO VII.

Th. 6.

Si in circuli diametro AB, *ſumatur aliquod punctum* G, *quod non ſit centrum circuli: & à puncto* G, *quadam rectæ* GC, GD, GE, GN, *in circulum cadant: maxima quidem erit* GA, *in quæ centrum* F, *minima vero reliqua* GB, *aliorum vero, ſemper ejus, quæ per centrum ducitur, propior* GC, *remotiore* GD, *major erit: ſolum autem duæ rectæ* GE, GN, *ab illo puncto* G, *æquales in circulum cadunt ad utraſq;* (partes) *minimæ.*

PRO-

PRob. 1[a]. pars. Ductis rectis FC FD, FB, FN, ex centro F, duo latera CF. FG, trianguli CFG,[a] majora sunt tertio CG, at hæc sunt æqualia toti GA, ergo GA, est majus quam GC.

Prob. 2. Latera EG, GF, trianguli EGF, [a] majora sunt tertio AF, ergo majora sunt quam sit linea FB, quæ est æqualis ipsi FE, ergo si dematur utrique communis recta GF, remanebit GE, major quam G*B*. [a] 20.1.

Prob. 3. Triangula CFG, DFG, habent latera FC, ED, æqualia & latus FG, commune, angulus vero CFG, major est angulo DFG, totum parte: ergo latus CG. [b] majus erit quam DG, [b] 24.1.

Prob' 4. Facto angulo GFN, æquali GFE, GN, GE, erunt [c] æquales. Nec à puncto G, aliæ duci possunt æquales ipsis GE, GN, erunt enim semper propiores ei quæ ducitur per centrum vel remotiores, & consequenter majores vel minores, per tertiam partem hujus. [c] 4.1.

PRO-

PROPOSITIO VIII.

Tb. 7.

Si extra circulum BEH, *ſumatur punctum quodpiam* A, *& à puncto ad circulum ducantur rectæ quædam* AF, AG, AH, *quarum una quidem per centrum* L, *reliquæ verò ut libet. In cavam quidem peripheriam cadentium rectarum maxima* (erit) *quæ per centrum L,* (ducitur) *aliarum vero ſemper propior* (ei) *quæ per centrum L, remotiore major erit. In convexam vero peripheriam cadentium rectarum minima quidem eſt*

illa

illa quæ inter punctum A, *&* *diametrum* B H, *(ponitur) aliarum vero ea quæ propior est minimæ* AB, *remotiore semper minor est, Duæ autem tantum rectæ æquales ab eo puncto* A, *cadent in circulum ad utraque minimæ* AB, *latera.*

PRob. 1[a] pars. Ductis rectis LG, LF, duo latera AL, LG, hoc est LH, [a] majora sunt tertio A G, ergo AH, major erit quam AG. [a] 10.1.

Prob. 2. Latera A L, L G, trianguli A L G, sunt æqualia lateribus LF, LA, trianguli ALF, angulus autem ALG, major est angulo ALF [b] ergo latus AG, majus est latere AF. [b] 24.1.

Prob. 3. Ductis rectis, LC, LD, duo latera AC, LC trianguli [a] majora sunt tertio AL, demantur æqualia LB, LC,

LC, remanebit AC, major quam BA.

Prob. 4. Quia intra triangulũ ALD, duæ rectæ AC, CL, junguntur:[c] erunt la-
c 21.1. teribus trianguli minores, demptis igitur æqualibus LC, LD, remanebit DA. major quam CA.

Prob. 5. Facto angulo ALI æquali ALC, duo triangula
d 4.1. illa [d] erunt æqualia, ergo latera AI, AC, æqualia: neq; alia duci poteſt recta, his æqualis, erit enim ſẽper propior minimæ AB, vel remotior &
e 21.1. conſequenter[e] major vel minor.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Si intra circulum BCD, *ſumptum ſit aliquod punctum* A, *à puncto vero ad circulum cadant plures quam duæ rectæ æquales* AB, AC, AD, *acceptum punctum, centrum eſt circuli.* Tb. 8.

PRob. Ductis rectis BC, CD, diviſiſque bifariam per rectas AE, AF, triangula ADF, ACF, [a] erunt æqualia, ergo anguli DFA, AFC. æquales, [b] ergo recti: ergo in linea FA, eſt [c] circuli centrum Rurſus cum idem ſit de triangulis ACE, ABE, in recta AE, erit circuli centrum. Cum vero non ſit in duobus locis, debet eſſe ubi ſe interſecant.

[a] 8. 1.
[b] 10. def. 1.
[c] 1. 3.

PRO-

PROPOSITIO X.

Th. 9.

Circulus A E F, *non secat circulum* F D C, *per plura puncta quam duo.*

PRob. Secet enim in tribus si vis Circuli EFC, centro G,[a] invento, ducantur rectæ GA, GC, GF, quæ quia sunt æquales, & attingunt ambitũ circuli utriusq; punctum G,[b] erit etiam centrum circuli utriusque, quod est absurdum per 5. hujus.

[a] 1.3.
[b] 9.3.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Si duo circuli Th.10.
ABC, AED, *contingant sese interius* A, *& sumpta fuerint eorum centra* G, F, *ad eorum centra adjuncta recta linea* FA, *& producta, in contactum* A, *cadet circulorum.*

PRob. Ducta recta DE, conjungens eorum centra, non incidat in contactũ, à puncto F. centro circuli ADE, ducatur recta FA, & puncto G centro circuli ABC ducatur GA, duco latera GF, GA, [a] majora sunt tertio FA [a] 20.
ergo majora latera FD. cum FA, FD, ducantur à centro ad circumferentiam, dempto ergo communi FG, remanebit GA, majus, latere GD. Est autem GA, æqualis lateri GB, ergo GB, majus erit quam GD, pars toto. Pro-

PROPOSITIO XII.

Th. 11.

Si duo circuli ABC, EBD, *contingant ſe invicem exterius* B, *quæ adjungitur ad eorum centra, per contactum trahetur.*

PRob. ſi neges: ſit recta FG, centra conjungens. Ductis FB, GB, latera BF,
[a] 20. 1. BG, [a] majora ſunt tertio FG, quod tamen majus probatur illis: nam FG, FB, ſunt æqualia, cum ſint à centro ad peripheriam: ſimiliterque GD, GB, ergo ſi illis addas CD, majus erit FG, quam FB, GB, ergo GF, non eſt recta jungens centra.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

Circulus circulũ non tãgit in pluribus punctis, quam uno, ſive intus, ſive extra tangat. Tb.12.

PRob. Tangat enim in duobus, puta A, & C, centrum [a] debebit eſſe in linea, quæ junget contactum circulorũ: utriuſque autem non [b] poteſt eſſe idem centrum. Ergo in illa recta erunt duo centra puta G & H, quod fieri non poteſt, cum linea in unico puncto, poſſit tantum ſecari bifariam.

a 11, & 12. 3.
b 6.3.

PROPOSITIO XIV.

Th. 13.

In circulo A BC, *æquales rectæ* AB, DC, *æqualiter distant à centro* E, *& æqualiter distantes à centro, sunt sibi invicem æquales.*

a 12. 1. PRob. A centro E, in rectas AB CD, [a] duc perpendiculare
b 3. 3. EF, EG, rectæ AB, CD, sectæ [b] erunt bifariam. Junctis EA, ED,
c 47. 1. quadratum rectæ ED, [c] est æquale quadratis rectarum DG, GE. Demptis ergo æqualibus EA, ED, A F, G D, remanebit recta F E, æqualis rectæ EG, & consequen-
d 4 def. 3. ter rectæ AB, CD, [d] æqualiter distant à centro.

Prob. 2. pars. Ex probatis quadrata EG, GD, sunt æqualia quadratis EF. FA. & quadratum EG, æquale quadrato FF, ergo quadratum FA, æquale est quadra-
e 7 Ax. to GD, [e] ergo recta BA, æqualis est, rectæ DC.

PRO-

PROPOSITIO XV.

In circulo AB. CD. *maxima quidẽ est diameter* AF. *aliarum vero semper propior* BE. *centro* G. *erit major remotiore* CD. Tb.14.

PRob. 1ᵃ. pars. Ductis GB, GE, duo latera GB, GE, trianguli GBE, [a] majora sunt tertio BE, at hæc sunt æqualia diametro AF, ergo AF, major est quam BE. a 20.1.

Prob. 2ᵃ Ductis rectis GC GD, duo latera GC, GD, sunt æqualia lateribus GB, GE, angulus vero BGE, major est angulo CGD, [b] ergo latus BE, majus latere CD. b 14.1.

PROPOSITIO XVI.

Th.15. 

1^{a} *Quæ ab extremitate diametri* AC, *ad rectos angulos linea* EF, *ducitur, cadet extra circulum* ABC. 2^{a} *& in locum inter ipsam* EF, *& circumferentiam* AHB, *altera recta* GA, *non cadet:* 3^{a} *& semicirculi angulus* DAB, *major erit omni acuto angulo rectilineo:* 4^{a} *reliquus autem* EAH, *minor.*

PRob. 1^{a} pars. Si non cadat extra, cadat intra ut recta BA. Tunc trianguli ADB,
a 15. duo latera DA, DB, [a] sunt æqualia, ergo anguli DAB,
b 5.1. DBA, [b] sunt æquales, quod esse non potest per 17.1. ponitur enim angulus DAB, rectus, ergo, &c.

Prob. 2. Vis posse duci GA, ducatur: [c] in eam ex centro D poteris ducere perpendicularem DG ducatur: tunc cum angulus DGA, sit rectus, minor recto [d] erit DAG, ac proinde latus DG, minus latere DA, per 19. 1. totum videlicet parte quod est absurdum

[c] 12. 1.

[d] 17. 1.

Prob. 3. Ut fieret angulus major angulo DAB, deberet duci recta inter rectam EA, & peripheriā AB, quod jam probavi fieri non posse.

Prob. 4. Si enim aliquis angulus rectilineus constitui posset minor angulo EAB, duceretur recta inter AE, & peripheriam AB, quod ut jam dixi fieri non potest.

Corollarium.

Hinc communiter elicitur rectum ad extremum diametri perpendicularem, tangere circulum, & in unico puncto geometrice tangere: nam si plura tangeret, caderet [c] intra circulum.

[c] 2. 3.

PROPOSITIO XVII.

Prob. 2 

A dato puncto A, *rectam lineam* AC, *ducere, quæ datum tangat circulum* BCD.

PRraxis. Centro D spatio A, fiat pars circuli A E, ducatur recta DA, & ad punctum B, excitetur perpendicularis BE. jungaturque recta DE, à puncto A. ducatur recta AC, hanc dico tangere circulum BCD.

Prob. Triangula ADC, B ED, se habent juxta 4.1.cum latera DA, DE, DB, DC,
a 15.1. Def. sint [a] æqualia & angulus D, communis. Ergo cum angulus E B D, sit rectus, rectus etiam erit DCA, ergo recta
b 16.3. AC, [b] tanget circulum.

PRO-

PROPOSITIO XVIII.

Si aliqua recta AB, *tangat circulum* DCE, *à centro vero* D, *ad contactum* C, *quædam recta* DG, *adjungatur : quæ adjungitur*, DC, *perpendicularis erit ad eam quæ continget* A B. Th.16.

PRob. Si negas: sit alia, puta DB, ergo cum angulus B, ponatur rectus, minor recto [a] erit angulus C, ergo latus DC. [b] majus erit latere DB pars toti quod est absurdum.

[a] 17. 1.
[b] 19. 1.

PROPOSITIO XIX.

Th.17.

Si circulum EDC, *contingat aliqua recta* AB, *à contactu vero* C, *tangenti* AB, *ad rectos angulos recta linea* EC, *ducta sit, inducta* EC, *erit centrum circuli* D.

a 18.3. PRob. Si negas, sit ubi est F, ducta FC, ipsi AB, a erit perpendicularis, ergo angulus rectus FCB, recto DCB, erit æqualis, pars toti quod est absurdum.

PRO-

PROPOSITIO XX.

In circulo DF, GA, angulus BEC, ad centrum E, duplex est anguli BAC, ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria BC, basis angulorum. Th. 18.

PRob. Id tribus potest modis contingere. Includant 1. rectæ AB, AC, rectas EB, EC, ductaque AF, per centrum E, duo latera EA, EB, erunt æqualia [a] ergo anguli EBA, EAB, æquales: angulus autem BEF, duobus EAB, EBA, [b] est æqualis, ergo duplus anguli BAE, Idem dic de angulo FEC, respectu anguli EAC, ergo totus BEC, totius EAC, erit duplus. a 5.1. b 32.1.

2. Rectæ DC, DG, non includant rectas EG, EB, cum latera ED, EB, sint æqualia anguli EDB, EBD [c] erunt æquales. His autem duobus, angulus GEB, est [d] æqualis. Ergo idem erit duplus anguli GDB. c 5.1. d 32.1.

3. Triangula BEC, BDC, sese intersecent, ducaturque recta DG, per centrum E, totus angulus GEC, erit duplus totius GDC, angulus vero GEB, duplus est anguli GDB, ergo reliquum EEC, duplum erit reliqui BDC, quod erat probandum.

Prop.

PROPOSITIO XXI.

Th. 19.

In circulo AD, CB, *qui in eodem segmento* BC, *sunt anguli* BAC, BDC, *sunt inter se æquales.*

a 20.3. PRob. Angulus BEC, [a] est duplus anguli BAC, & duplus anguli BDC, [b] ergo anguli BAC, BDC, sunt inter se æquales.

b 1. Ax.

PROPOSITIO XXII.

Quadrilaterorum in circulo ABCD *(descriptorum) oppositi anguli* DCB, BAD, *duobus rectis sunt æquales.* Th. 20.

PRob. Diametris AC, DB, ductis, anguli ADB, ACB, in eadem portione [a] sunt æquales, similitérque anguli BAC, BDC, ergo totus angulus ADC, est æqualis angulis BCA BAC, sed anguli BCA, BAC, cum tertio ABC [b] valent duos rectos, ergo angulus ADC, æqualis ipsis BCA, BAC, cum angulo ABC, valebit duos rectos. Idem de aliis oppositis dicetur. Ergo, &c.

[a] 21. 3.

[b] 23. 1.

PRO-

PROPOSITIO XXIIII.

Tb.22. 

Super eadem recta DF, *duo segmenta circulorum similia* DIF, DEF, *& inæqualia, non constituentur ad easdem partes.*

PRob. Sint enim si fieri potest DIF, DEF, similia segmenta, ductis rectis ED, EF, ID, anguli DIF, DEF,
[a] 10. Def. 3. [a] erunt æquales, quod est absurdum per 1.61.

PRO-

PROPOSIT. XXIV.

Super æqualibus rectis AB, EF, *ſimilia ſegmenta circulorum ſunt inter ſe æqualia.* Tb. 22.

PRob. Collocetur AB, ſuper DF, [a] congruent: ſi non congruant ſegmenta vel unum totum extra alium cadet, quod eſt abſurdum per 23. vel cadet partim intra partim extra & ſic circulus circulum ſecabit in pluribus punctis quam duobus, quod repugnat per 10. 3.

a 8 *Ax*

PRO-

PROPOSITIO XXV.

Prob. 3

Circuli A BD, *ſegmẽto dato* AB D, *deſcribere circulum, cujus eſt ſegmentum.*

PRax. Accipiantur in dato ſegmento tria puncta AB D, ductiſque rectis AB, BD, [a] diviſiſque bifariam & ad angulos rectos per rectas CE, CF, punctum C, in quo ſe interſecant erit centrum.

a 10 & 11. 1.

Prob. Per 1. 3 centrum eſt in utraque CE, CF, ergo ubi ſe interſecant. Circuli enim unius unicum tantum poteſt eſſe centrum.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.

In æqualibus circulis ABC, DEF, *æquales anguli* G, *&* H, B, *&* E, *æqualibus peripheriis* AC, DF, *insistunt, sive ad centra* G, *&* H, *sive ad peripherias* B, *&* E, *constituti sint.* Th. 23.

PRima pars Prob. Trianguli AGC, latera GA, GC, & angulus G, ponuntur æqualia lateribus HD HF, & angulo H, [a] ergo bases AC, DF, sunt æquales. [b] Ergo peripheriæ AC, DF, erunt etiam æquales.

Prob. 2. Anguli ABC, DEF ponuntur æquales. [c] ergo segmento ABC, DEF, sunt similia, [d] ergo æqualia [a] cum rectæ AC, DF, sint æquales. remanebunt segmenta AC, DF, [e] æqualia.

[a] 4. 1.
[b] 24. 3.
[c] def. 10. 3.
[d] 23. 3.
[e] 3 A.

PRO-

PROPOSITIO XXVII.

Th.24.

In æqualibus circulis ABC DEF, *anguli, qui in æqualibus peripheriis* AC, DF, *insistunt, sunt inter se æquales, sive ad centra* G, *&* H. *sive ad peripherias* B, *&* E, *constituti, insistant.*

PRob. Si non sint æquales, sit alter major, puta AGC,
a 23.1. [a] fiatque AGI, ipsi DHF, æ-
b 26.3. qualis, peripheria AI erit [b] æqualis periphreiæ DF, sed peripheria DF, ponitur æqualis ipsi AC, ergo AC, & AI erunt æquales, pars toti: I-
c 7 Ax dem [c] dic de angulis B, & E,
d 20.3. cum G, & H, [d] sint eorum dupli.

PROPOSITIO XXVIII.

In æqualibus circulis ABC, DEF *æquales rectæ* AC, DF, *æquales peripherias* AC, DF, ABC, DEF, *auferunt, majorem quidem majori, minorem autem minori.* Th. 25.

PRob. Ductis rectis GA, GC, HD, HF, triangula, AGC, DHF, [a] sunt æqualia. Ergo angulus G, angulo H, est æqualis, ergo peripheria AC, DF, [b] æquales [c] ergo reliquæ ABC, DEF, sunt æquales.

[a] 8. 1.
[b] 26. 3.
[c] 3 Ax.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.

Th.26. 

In æqualibus circulis ABC, DEF, *æquales peripherias* ABC, DEF, AC, DF, *æquales rectæ* AC, DF, *subtendunt.*

PRob. Ductis rectis GA, GC, HD, HF, anguli G, & H, [a] erunt æquales: latera etiam GA, GC, HD, HF, sunt æqualia ex suppositione: ergo bases AC, DF, [b] erunt æquales.

a 27.3.
b 4.1.

PROPOSITIO XXX.

Datam peripheriam ABC *secare bifariam* puta in B. Prob. 4

PRaxis. Ducatur recta AC, eam divide [a] bifariam in D, per perpendicularem BD, erit peripheria secta bifariam in B. [a] 10. 1.

Prob. Ductis rectis AB, CB, triangula ABD, DBC, se habent juxta 4. 1, ergo latera AB, CB, sunt æqualia. [b] Ergo peripheriæ quas subtendunt sunt æquales. [b] 28. 3.

PRO-

PROPOSITIO XXXI.

Th. 27. 

[1] *In circulo* A BCE, *angulus* ABC, *qui in semicirculo, rectus est*: [2] *qui autem in majore segmento* BCA, *minor recto*: [3] *qui vero in minore segmento* BEC, *major recto*: [4] *& insuper angulus* CBA, ex recta CB, & peripheria BA, *majoris segmenti, recto quidem major est*; [5] *minoris autem segmenti angulus* EBC, qui ex peripheria EB, & recta BB, *minor est recto*.

PRob. 1ª. pars. Centro D. ductis rectis DA. DB. DC. anguli DAB. DBA [a] erunt
a 5. 1.
æqua-

æquales; itemq; anguli DCB DBC. ergo totalis angulus ABC. est æqualis angulis A. & DCB. sed his [b] est æqualis FBC. ergo angulus ABC. [c] est rectus.

[b] 32.1. [c] 13.1.

Prob. 2. Angulus ABC. est rectus ergo angulus ACB. in majore segmento [d] est minor recto.

[d] 32.1.

Prob. 3. Fiat quadrilaterũ EA angulus A. [e] minor est recto, ergo angulus BEC. in minori segmento [f] est major recto.

[e] *per 1. partem hujus.* [f] 22.3.

Prob 4. Angulus ex peripheria AB. & recta CB. est major angulo composito ex rectis AB. BC. totum videlicet parte.

Prob. 5. Angulus compositus ex peripheria EB & recta CB minor est angulo composito ex recta FB. BC. pars toto. Hujus propositionis autor fertur Thales Milesius annis ante Christum. 650

PRO-

PROPOSIT. XXXII.

Th. 28. 

Si circulum CEF, *tetigerit aliqua recta* AB, *à tactu autem* C, *ducatur quædam recta, secans circulum* DC. vel EC, *anguli quos ad tangentem* AB, *faciet, erunt æquales angulis qui sunt in alternis circuli portionibus* id est angulus ACE, æqualis est angulo F, & angulus BCE, angulo G.

PRob Ducta perpendiculari DC, cum angulus
a 31.3 ACD, sit rectus, angulus qui fieret in semicirculo, illi [a] esset æqualis: si vero non sit rectus ut ACE, primo duc rectam DC, per centrum, deinde accipe in peripheria aliquod

quod punctum puta G. ducanturque rectæ DE, EG, GC, cum angulus DEC, in semicirculo [b] sit rectus, reliqui duo puta ECD, EDC, [c] valent unum rectum: sed anguli ACE, & ECD, valent etiam unum rectũ, cum recta DC, sit perpendicularis: dempto igitur cõmuni ECD, remanebit ACE, æqualis angulo EDC, qui [d] æqualis est angulo CFE, ergo & angulus ACE, angulo CFE, æqualis. Rursus, cum quadrilateri DG. anguli in circulo oppositi EDC, EGC, [e] valeant duos rectos, sicut & anguli ACE, ECB, qui [f] valent etiam duos rectos & angulus CDE, sit [g] æqualis ACE, remanebit angulus G, angulo ECB, æquali.

[b] 31.3.
[c] 32.1.
[d] 27.3.
[e] 22.3.
[f] 13.1.
[g] *per 1. partem hujus.*

PRO-

PROPOSIT. XXXIII.

Prob. 5

Super data recta AB, *portionem circuli describere, quæ capiat angulũ dato angulo rectilineo æqualem.*

SI datus angulus sit rectus, qualis est E, recta A B, divisa bifariam in D, centro D, spatio DA, si fiat semicirculus A F C B, ductis rectis
[a] 31.3. AC, CB, angulus C, [a] erit æqualis dato angulo E, quia erit in semicirculo. Si angulus sit acutus ut C, sitque data recta BA, ad punctum A, fiat
[b] 23.1. angulus DAB, [b] æqualis angulo C, ductaque ad punctum A, perpendiculari FA, fiat angulus EBA, æqualis angulo
[c] 6.1. EAB, latera EB, EA, [c] erunt æqualia,

æqualia, quare si puncto E. spatio E A, fiat circulus, transibit per punctum B. quo posito sic probatur. Cum recta FA, sit diameter, & recta DA, ad ejus extremum sit ei perpendicularis,[d] tanget circulum: ergo angulus DAB [e] erit angulo cuicunque, qui fiet in alterna circuli portione puta angulo AGB æqualis: ergo portio AHGB, continet angulum æqualem angulo dato C. Si vero angulus sit obtusus puta H, eadem erit demonstratio: angulus enim AIB, ipsi H, erit [e] æqualis.

[d] *per corol.* 16. 3.
[e] 32.3.

PROPOSITIO XXXIV.

A dato circulo AB C, *segmentum* CBA *abscindere, capiens angulũ* B, *æqualem dato angulo rectilineo* D. *Prob.6*

Ducatur [a] tangens EF, ad punctum A, [b] fiat angulus C E, æqualis dato D, portio ABC, [c] capiet angulum B, æqualem dato.

[a] 17.3.
[b] 23.1.
[c] 32.1.

PROPOSITIO XXXV.

Th. 29. *Si in circulo* AD BC, *duæ rectæ* ABCD *se mutuo in* E, *secuerint, rectangulũ comprehensũ sub segmentis unius* AE EB, *æquale est ei quod sub segmentis alterius* CE, ED, *comprehenditur rectangulo.*

PRob. 1ª. Rectæ ABCD, secent se in centro E, rectangulum unum alteri erit æquale: cum omnes rectæ sint æquales.

2. Sola CD, transeat per centrũ F, dividitque rectam A B, bifa-
[a] 3. 3. riam in E, [a] ac proinde ad angulos rectos, ducaturque recta FB, quo facto, cum recta C D, secetur in æqualia in F, & non æqualia in E, erit rectangulum sub inæqualibus segmentis C E, E D, cum quadrato segmenti intermedii FE,
[b] 5. 2. [b] æquale quadrato dimidiæ FD,
[c] 47. 1. vel FB, sed quadratum FB, est [c] æquale quadratis BE EF. Idemque F B, est æquale rectangulo C H, ED,

ED, cum quadrato EF. Dempto igitur communi F E, remanebit rectangulum CE, ED, æquale quadrato B F, hoc est rectangulo sub BE, EA, cum ponantur æquales.

3. Recta CD, transiens per centrum F, rectam A B, non dividat bifariam in E, ductaque recta FB, & perpendiculari FG, rectangulũ sub CE, ED, cum quadrato FE, [d] erit æquale quadrato FD, vel FB, rectangulum etiam sub AE, EB, cum quadrato GE, [d] est æquale quadrato C B, adde quadratum FG, cum quadratum F B, sit æquale quadratis FG, GB, erit rectangulum AE, EB, cum quadratis EG, GF, æquale quadrato FB, hoc est rectangulo C E, ED, & quadrato F E. ergo cum quadratum FE, sit æquale quadratis FG, GE, si ab uno demas FE, & ab alio EG, GF, remanebunt æqualia rectangula CE, ED, & AE, EB,

d 5.2.

4. Si neutra transeat per centrũ & se secent utcunque, ducatur ad intersectionem E, recta GH, transiens per centrum: cum rectangulum sub CE, ED, [e] sit æquale ei quod sub HE, EG. Idemq; AE, EB, sit æquale ipsi GE, EH, erunt æqualia rectangula sub C E, E D, & AE, EB.

e per 3 partem hujus.

PROPOSIT. XXXVI.

Tb.30.

Si extra circulum FBE sumatur punctum aliquod A, ab eoq; in circulum cadant duæ rectæ: & hæc quidem AB, secet circulum in C, illa autē AF tangat in F. Quod sub tota secante AB, & exterius, assumpta AC, inter punctū A. & convexam peripheriam C, comprehenditur rectangulum, æquale erit ei quod à tângente AF, describitur quadrato.

PRob. Transeat 1°. recta AB, per centrum D, ductaque recta DF, cum recta CB bifariam secta sit in D, & ei recta AC, adjiciatur, rectangulum sub AB, & AC, contentum unà cum quadrato DC, vel DF, [a] æquale est ei quod à DC, cum AC tanquā una linea fit quadrato. Sed quadratum DA, [b] est æquale quadrati DF, FA, ergo dempto communi FD, remanebit quadratū FA, æquale rectangulo sub AB & CA.

[a] 6.2.

[b] 47.1. & 8.3.

2. Si recta AE, non transeat per centrum, centro D, duc per-

perpendicularem DG, [c] hæc secabit rectam EI, bifariã, cũ igitur recta EI, sit secta bifariam in G,& ei IA, adjiciatur, erit rectangulum sub AE, & sub AI, cum quadrato GI, æquale quadrato GA, addito ergo quadrato DG, erit rectãgulũ sub AE. & sub IA, cum quadratis IG, GD, hoc est quadrato DI, æquale quadrato DA, sed DA, est æquale quadratis FA, FD, demptis ergo æqualibus DF, DI, remanebit quadratũ EA æquale rect. sub AE, & AI. c 3, 3.

Corol. 1. Hinc sequitur, si à puncto quovis extra circulũ sumpto, plures rectæ circulũ secantes ducantur, rectangula comprehensa sub totis lineis & partibus exterioribus, inter se esse æqualia.

Corol. 2. Duæ rectæ, ab eodẽ puncto ductæ, quæ circulum tangunt, sunt inter se æquales

Corol. 3. Ab eodẽ puncto extra circulũ sumpto, duci tantũ possunt duæ rectæ quæ circulum tangunt

PROPOSITIO XXXVII.

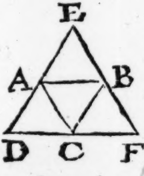
Th. 31.

Si extra circulum EHIF, *sumatur punctum aliquod* A *ab eoque puncto in circulũ cadant duæ rectæ* AF, AB, vel AE, *& hæc quidem* AB, *secet circulum: illa autem* AF, *incidat: sit autem quod sub tota secante* AB, *& exterius assumpta* CA, *inter punctũ & convexam peripheriam, æquale ei quod ab incidente* AF, *describitur incidens illa circulum tanget.*

a 17.3. PRob. [a] Duc tangentem AH, & ad H, rectam DH cum ergo quadratum AH,
b 36.3. [b] sit æquale rectangulo sub AB, CA & idem rectangulum sub AB, CA, ponatur æquale quadrato FA, lineæ FA, HA, erunt æquales, latera item FD, HD, sunt æqualia & basis AD, communis, ergo tota
c 8. 1. triangula [c] sunt æqualia. Er-
d 18.3. go cum angulus AHD, sit rectus, rectus etiam erit AFD ergo AF, circulum tanget per corol. 16. & 3.

EUCLIDIS

EUCLIDIS
ELEMENTUM IV.
DEFINITIONES.



1. *Figura rectilinea, in figura rectilinea inſcribi dicitur, cum ſinguli, ejus figuræ, quæ inſcribitur, anguli, ſingula latera ejus quæ inſcribitur, tangunt.*

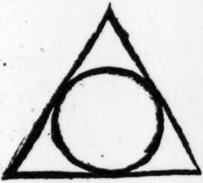
Ut triangulum ABC, inſcriptum eſt triangulo DEF, quia anguli A, B, C, tangunt latera DE, EF, DF.

2. Similiter & figura circum figuram describi dicitur, cum singula ejus quæ circumscribitur, latera, singulos, ejus figuræ angulos, tetigerint, circum quam illa describitur.

Ut triangulum DEF, dicitur propriè deſcribi circa triangulum ABC, quia ſingula latera majoris trianguli, ſingulos angulos minoris tangunt. Dixi propriè, quia ut impropriè dicatur figura aliqua inſcribi vel deſcribi ſufficit, ut bene advertit illuſtriſſimus Princeps Fluſſates Candalla, ut nullus ſit angulus interioris figuræ, qui non tangat angulum aliquem, vel latus vel planum figuræ exterioris; & eo ſenſu intelligendæ ſunt propoſitiones Hypſiclis lib. 15. elementorum.

3. Figura

3. *Figura autem rectilinea, in circulo inscribi dicitur, cum singuli, ejus figuræ, quæ inscribitur, anguli, tetigerint circuli peripheriam.*



4. *Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur, cum singula latera ejus quæ circumscribitur, circuli peripheriam tangunt.*

5. *Similiter & circulus in figura inscribi dicitur, cum circuli peripheria, singula latera tangit ejus figuræ in quæ inscribitur.*

 6. Cir-

6. *Circulus autem circum figurā describi dicitur, cum circuli peripheria, singulos tangit ejus figuræ, quam circumscribit, angulos.*

7. *Recta in circulo accommodari, seu cooptari dicitur, cum ejus extrema in circuli peripheria fuerint.*

PRO-

PROPOSITIO I.

In dato circu- Prob. 1
lo ABC, *ac-*
commodare re-
ctam BA, *æ-*
qualem datæ rectæ D, *quæ*
circuli diametro BC, *non*
ſit major[a]. [a] 15.3.

DAti circuli ducas diame-
trum BC, ſi data recta
D, æqualis ſit diametro BC,
factum eſt quod petitur. Si D
minor ſit diametro: [b] abſcin- [b] 3.1.
datur BE, æqualis ipſi D, &
centro B, ſpatio E, fiat cir-
culus EA. juncta enim recta
BA, aptata erit[c] in circulo [c] 7. def.
BAC, & [d] æqualis erit ipſi [d] 15.
BE, & conſequenter ipſi D. def. 1.

PRO-

PROPOSITIO II.

Prob. 2

In dato circulo A I B, *triangulum* A B C, *describere dato triangulo* DEF, *æquiangulum.*

a 16.3. Fiat [a] tangens GH, ad punctum A, fiat angulus HA
b 1.23. C, [b] æqualis angulo E, & GA B, angulo F, ducta recta BC, factum esse quod petitur.

Prob. Angulus HAC, æ-
c 23.3. qualis est [c] angulo B. & similiter angulus GAB, angulo C, ergo & angulus E, angulo B, & angulus F, angulo C, & consequenter angulus
d 32.1. D, angulo A, [d] æqualis. Ergo triangulum triangulo æquiangulum descripsi in dato circulo.

PRO-

PROPOSITIO III.

Circa datum circulum AN B, *describere triangulum* L M O *æquiangulum dato triangulo* D, F, A. Prob. 3

DAti trianguli latus AF, produc in G, & H angulo DFH, æqualis fiat ad centrum angulus CIB, & an- [a] 23.1.
gulo DAG, angulus AIB, & ad puncta ABC, [b] ducas per- [b] 11.1.
pendiculares quæ [c] tangentes [c] Ex
erunt scilicet MO, ML, LO, 16.3.
& coeuntes petitum triangulum constituent. Quod enim concurrant patet, nam uterq; angulorum ad A, & uterque eorum qui sunt ad C, est rectus, ergo si intelligatur duci linea AC, erunt duo anguli versus O, minores duobus rectis, [d] ergo in illam partem [d] 11.
protractæ tangentes, concur Ax.
rent similiterque aliæ in alias partes protractæ, ergo fiet trian-

triangulum circa datum circulum. Quod auté sit dato triangulo æquiangulú, sic probo. In quadrilatero CIBM, angu-
e 18.3. li ad B, & C, [e] sunt recti: ergo reliqui CIB, CMB, duobus rectis sunt æquales: probatur, concipe duci rectam IM, duo triangula IMB, IM
f 32.1. C, [f] habent angulos æquales quatuor rectis, ergo cum duo ad C, & B, sint recti, reliqui sunt duobus rectis æquales. Jam angulus CIB, æqualis ponitur ipsi DFH, ergo angulus CNB, æqualis est angulo
g 13.1. DFA, [g] cum anguli circa latus DF, valeant duos rectos: eodemque modo ostendi potest in quadrilateris AIBL, AICO, angulos L, & O, æquales angulis A, & D. Ergo circa datum, &c.

PRO-

PROPOSITIO IV.

In dato triangulo A B C, *circulum* G E F *describere.* Prob. 4

DIvide [a] duos ejus angulos B, & C, bifariam per rectas CD, BD & ex puncto in quo concurrent puta D, [b] ducas perpendiculares DE, DG, DF, ad tria latera dati trianguli & quia triangulorum FCD, GCD, angulus C, unius, ponitur æqualis angulo C, alterius, & uterque angulorum G, & F, rectus est, & latus CD, commune: linea DG, [c] erit æqualis lineæ DF, similiterq; ostendetur rectas DE, DF, esse æquales. Posito ergo centro in D, descriptus circulus spatio DG, [d] transibit per puncta EGF, & quia per coroll 15. 3. unaquæque linearum AB, BC, CA, tanget circulum, patet perfectum esse propositum.

[a] 9. 1.
[b] 12. 1.
[c] 26. 1.
[d] 9. 3.

PRO-

PROPOSITIO V.

Prob. 5

Circa datũ triangulum ABC, *circulum deſcribere.*

Cujuſcunq; dati trianguli duo aliqua latera puta AB, BC, [a] divide bifariã in E & F, [b] ad quæ puncta excitabis perpendiculares quæ coibunt in D, vel intra triangulum vel in tertio latere, vel extra (ducta enim EF, fiẽt anguli DEF minores duobus rectis, ergo coibunt) duc præterea rectas DB, DA, DC. Nunc quia triangulorũ BED, AED, latera BE, EA, ſunt æqualia & DE, commune & anguli ad E, recti erunt & baſes AD, DB, æquales. Eodẽq; modo [c] erunt æquales baſes DB, DC, centro igitur D, ſpatio DB, ducetur circulus AE BC, qui tranſibit per puncta A, B, C. Circa datũ ergo triangulũ, circulũ deſcripſimus.

a 10. 1.
b 11. 1.
c 4. 1.

PROPOSITIO VI.

In dato circulo ABCD, *quadratũ describere.* Prob. 6

DUcantur duæ diametri ACBD, ſecantes ſe ad angulos rectos in centro E, & jungantur rectæ AB, BC, CD, DA, & factum eſt quod petitur.

Prob. Quatuor anguli ad centrum E, ponuntur recti & quatuor lineæ EA, EB, EC, ED, æquales: [a] ergo & quatuor baſes AB, BC, CD, DA, ſunt æquales. Omnia ergo quadrati latera ſunt æqualia. Anguli vero his lateribus contenti ſunt omnes in ſemicirculo [b] ergo recti: Erit igitur AB, CD, quadratum per definitionem 30. 1. [a] 4. 1. [b] 31. 3.

PRO-

PROPOSITIO VII.

Prob. 7 

Circa datum circulum quadratum describere.

DUctis duabus diametris AC, BD, secantibus se ad rectos in centro E, per earum extrema si ducantur perpendiculares FG, FI, IH, HG, coeuntes petitum dabunt quadratum.

Prob. Anguli quatuor ad E, ponuntur recti, sicut & anguli ad
a 28.1. ABCD, [a] ergo rectæ FG, BD, HI. sunt parallelæ, similiterq; rectæ
b 34.1. FI, AC, CH. [b] ergo figura FGIH, est parallelogramma. Angulus
c 34.1. ACH, est rectus, [c] ergo angulus HGA, est rectus; eodem modo ostendetur angulos F, I, H, esse rectos.

De lateribus sic dico, latus IH, est æquale lateri BD, & latus HG, lateri AC, hoc est DB ergo latera IH, sunt æqualia, ergo quatuor latera sunt æqualia. Ergo est quadratum cujus latera circulum tangunt per corol. 16. pr. 3. Ergo circa datum, &c.

PRO-

PROPOSITIO VIII.

In dato quadrato, circulũ deſcribere. Prob. 8

LAtera quadrati [a] divide biſariam in ABCD, duc rectas AC, BD, ſecantes ſe in puncto E, quod dico eſſe centrum circuli, qui ſi deſcribatur ſpatio EB, erit quod petitur. a 10.1.

Prob. Rectæ AF, IC, ſunt parallelæ & æquales, ergo rectæ AC, FI, [b] ſunt parallelæ & æquales & ſimiliter rectæ AC, HG, eodemq; modo rectæ FG, IH, ipſi BD, [c] ſunt igitur parallelogramma FE, EI, EH, EG. Nunc ſic dico rectæ BF, FA, AG, ſunt æquales cum ſint medietates æqualiũ: ipſis vero [d] ſunt æquales rectæ BE, EA, ED, ergo rectæ BE, EA, ED. ſunt æquales [e] Ergo E, eſt centrum, ex quo ſi ſpatio EA, deſcribatur circulus, tanget puncta ABCD, & conſequenter omnia quadrati latera per coroll, pr. 16. l. 3. [f] cum anguli ad ABCD, ſint recti. In dato ergo, &c.

b 33.1.
c 34.1.
d 34.1.
e 9.3.
f 29.1.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Prob. 9

Circa datum quadratũ, circulum describere.

Ducantur diametri AC, BD, secantes se in puncto E, quod dico esse centrũ describendi circuli.

Prob. Rectæ AB, AD, sunt
a 5. 1. æquales [a] ergo & anguli AB
b 31.3. D, ADB. Angulus BAD, [b] est
c 32.1. rectus, [c] ergo anguli ABD, ADB, sunt singuli semirecti; similiter quilibet partialium angulorũ ad AB, CD, est semirectus, ergo omnes inter se
d 6.1. æquales. [d] Ergo latera EA, EB, EC, ED, æqualibus angulis subtensa sunt æqualia.
e 9.3. [e] Ergo E, est centrum circuli, qui si describatur spatio EA, transibit per puncta quadrati ABCD, ergo circa datũ, &c.

PROPOSITIO X.

Isosceles triangulum A B D, *constituere, quod habeat utrũq; eorum qui ad basim sunt, angulorum* B, *&* D, *duplum reliqui* A. Pr. 10.

SUme rectã quamlibet AB quæ sic [a] dividatur in C, ut [a] 11.2.
rectangulum sub AB, BC, æquale sit quadrato rectæ AC, tum centro A, spatio E, ducatur circulus, in quo [b] accõmodetur recta BD, æqualis [b] 1.4.
ipsi AC, jungaturque recta AD, dico triangulum ABD, fore isosceles, cum rectæ AB, AD, sint æquales, & angulo ad basim B & D, duplos reliqui A, quod sic probo.

Ducta recta CD, [c] describe circulum ACD, circa triangulum DAC, rectangulum sub AB, BC, æquale ponitur quadrato CA, ergo & quadrato BD Ergo cum à puncto B, ducatur secans BA, ab recta BD, ab eodem puncto ducta [c] 5.4.

incidens

[d] 37.3. incidens in circulũ ACD [d] eũ tanget in D, ergo angulus CD

[e] 32.3. B, [e] æqualis est ipſi A, in alterno ſegmento, ergo communi CDA, addito; duo anguli A, & CDA, æquales ſũt duobus BDC, & CDA hoc eſt toti ADB, vel ABD. Nunc angulus externus BCD
[f] 32.1. duobus internis A, & ADC, [f] æqualis eſt, ergo idem BCD, erit æqualis ipſi CBD, vel A
[g] 9.1. DB, ergo rectæ DC, DB, [g] æquales, cum æquales angulos ſubtendant. Sed BD, ponitur æqualis ipſi CA, ergo CD, CA, æquales erunt: ergo
[h] 5.1. anguli A, & CDA, [h] æquales. Ergo externus angulus BCD, duplus eſt ipſius A. ergo ejuſdem quoque dupli ſunt BCD, ADB. cum ſinguli externo BCD. æquales ſint. Triangulum ergo, &c.

PRO-

PROPOSITIO XI.

In dato circulo EHFG *pentagonũ æquilaterũ & æquiangulum inscribere.* Pr.11.

FIat [a] triangulum Isosceles quicunque, cjuus anguli ad basim sint dupli ejus qui ad verticem & ipsi æquiangulus [b] inscribatur in dato circulo sitq; E F G. Utcumq; angulum ad basim divide bifariam ductis rectis IF, HG, & quinque puncta E, H, F, G, I, junge lineis totidem, & factũ esse quod petitur, sic probo Quinque anguli FEG, EGH, HGF, IFG, EFI, ponuntur æquales, [c] ergo arcus quibus insistunt sunt æquales. [d] Ergo æquales rectæ quæ æquales peripherias subtendunt. Arcus EH, æqualis est arcui EG, ergo si addas communem H F, erunt peripheriæ EHF, HFG, æquales, ergo & reliqua segmenta FG, IE, GI, EH, æqualia, [e] ergo anguli EHF, HFG, æquales. Idemq; dicendum de reliquis. Ergo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscripsi. Q. E. F.

a 10.4.
b 2.4.
c 26.3.
d 29.3.
e 27.3.

PRO-

PROPOSITIO XII.

Pr.12. 

Circa datum circulum ABCD *pentagonum* GHIKL, *æquilaterum & æquiangulum describere.*

Quasi juxta propositionē 11. inscripsissem pentagonum in dato circulo, reperiā centrū F. & notabo in peripheria quinque linearum A, FA, FB, &c. quinque puncta angularia ABCDE, & ab iisdem punctis [a] ducam tangentes quæ [b] concurrent in punctis GHI KD, à quibus si duxero ad centrū rectas G F, I F, sic demonstrabo factum esse quod petitur. Et primo quidem quod anguli omnes sint æquales. In quadrilatero AF BH, quatuor anguli [c] valent quatuor rectos cum cujuslibet trianguli AHF, HFB, tres anguli valeant duos rectos: similiterque in quadrilatero BF, CI, & sic de aliis: ergo cum anguli A, & B, sint recti, anguli AHB, AFB, valent duos rectos, similiterque anguli BIC, CFB, & sic de aliis. Sed anguli AFB, BFC, sunt [d] æquales, ob æquales arcus, ergo reliqui H, & I, sunt æquales, idemque dicendum de aliis. Ergo omnes pentagoni anguli sunt æquales,

[a] corol. 16. 3.
[b] 11. Ax.
[c] 32. 1.
[d] 27. 3.

PRO-

Quod autem latera etiam ſint æqualia ſic probo. Quadratum FI, [e] eſt æquale quadratis tam ipſarum FB, BI, quam ipſarum IC, CF, ſublatis ergo quadratis æqualium FB, FC, remanent æqualia quadrata BI, IC, ergo rectæ BI, IC, ſunt æquales. Nunc anguli FBI, FCI, & continentia latera ſunt æqualia, ergo ſe habent juxta 4. ergo anguli BIF, FIC, ſunt æquales. Eodemque modo dicam de triangulis CFK, KFD, & de aliis omnibus. Ergo cum anguli BFC, CFD, [f] ſint æquales, & anguli IFC, CFK, ſint eorum dimidia, æquales erunt anguli IFC, CFK, Ergo cum in triangulis IFC, CFK, anguli IFC, CFI, æquales ſint duobus angulis CFK, FCK, alter alteri & latus FC, ſit commune, reliqua latera [g] erunt æqualia. Ergo rectæ IC, CK, ſunt æquales, & dimidiæ ipſius IK, eodem modo oſtendam IB, eſſe dimidiam ipſius IH, & ſic de aliis; ergo cum dimidiæ IC, IB, oſtenſæ ſint æquales, erunt tota latera HI, IK, æqualia, idemque dicendum de aliis.

[e] 47.1.

[f] 27.3.

[g] 26.1.

PROPOSITIO XIII.

Pr. 13.

In dato pentagono quod est æquilateru͂ & æquiangulum, circulum inscribere.

a 9. 1. DIvidantur[a] bifariam duo anguli proximi B A E,

b 11. Ax. ABC, rectis AF, BF, quæ[b] coibunt, puta in F, cum nullius anguli medietas valeat rectum. Idem fiat reliquis angulis. Quoniam igitur triangulorum ABF, FBC, æqualia sunt latera B A, B C, & B F, commune, & anguli

c Ex const. d 4. 1. ad B,[c] sunt pares, anguli BA F, BCF, & bases AF, CF[d], erunt æquales. Cum igitur anguli BAE, BCD, ponantur æquales, & B AF, dimidiu͂ sit anguli BAE, erit & BCF, dimidiu͂ anguli BCD. Hic ergo angulus & reliqui in orbem secti

ſecti ſunt bifariam. Ducantur ſimiliter ex F. ad ſingula pentagoni latera perpendiculares FG, FH, &c. Qui triangulorum GFB, BFL, duo anguli FGB GBF, duobus FLB, FBL ſunt æquales, & latus FB, commune, æqualia etiam [e] erunt latera FG. FL, & his FK, FI, FH, quare centro F, ſpatio FG, [f] ſi ducatur circulus, tranſibit per puncta H, I, K, L, exiſtentia in lateribus pentagoni, [g] quæ etiam tanget circulum, cum ſint ſuper extremitates diametri ad rectos conſtitutæ.

[e] 26. 1.
[f] 15. def. 1.
[g] corol. 16. 3.

PROPOSITIO XIV.

Pr.14. 

Circa datum pentagonum quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum describere,

a 9.1. ANgulos A, & E, [a] divido bifariam rectis AF,
b 11. Ax. FE, quæ alicubi [b] concurrent, puta in F, hinc ad reliquos angulos duco rectas FD, FC, FB, quæ eos secare bifariam probatur, ut in proxima propositione. Ergo cum anguli totales ponantur æquales,
c 6.1. æquales erunt dimidii, & [c] consequenter æquales FA, FB, hisq; æquales omnes rectæ FC, FD, FE. Ergo centro F, spatio FA, descriptus circulus, transibit per angulos pentagoni, nec ullum ejus
d 2.3. latus [d] secabit, cum omnia cadant intra circulum,

Prop.

PROPOSITIO XV.

In dato circulo, hexagonum, & æquilaterum & æquiangulum inſcribere. Pr. 15.

SI diameter AD, centro D, ſpatio ſemidiametri DG, fiat circulus CGE ſecans datum circulum in C, & E, per centrum G, ductis CF, EB, jungantur AB, BC, CD, &c. eritque inſcriptum hexagonum æquilaterum, & æquiangulum.

• Prob. Rectæ GC, GD, à centro G, & rectæ CD, DG, à centro D, ſunt æquales, ergo triangulum DGC eſt æquilaterum. [a] Ergo & æquiangulū [a] 5. 1.
Hi tres anguli, [b] valent duos [b] 32. 1.
rectos, ergo quilibet eorum eſt pars tertia duorum rectorū. Similiterq; angulus DGA. Ergo cum CGE, HGF, [c] va- [c] 13. 3.

 leant

leant duos rectos, EGF, erit etiam pars tertia duorum rectorum Sed illis
[d] 15.1. [d] æquales ſunt anguli ad verticem. Ergo ſex anguli ad centrum G, ſunt æquales. Ergo omnes rectæ & circumferentiæ AB, BC, &c. quibus
[e] 26.& 29. 3. inſiſtunt [e] ſunt æquales. Eſt ergo hexagonum æquilaterum. Quod vero ſit æquiangulum patet, cum omnium angulorum medietates ſint oſtenſæ æquales & conſtare duabus tertiis duorum rectorum.

Corol. *Hexagoni latus, æquale eſt ſemidiametro.*

PRO-

PROPOSITIO XVI.

In dato circulo quindecagonũ & æquilaterũ & æquiangulum, deſcribere. Pr.16.

INſcribe [a] in dato circulo pentagonum æquilaterum AEFGH, & eidem ad punctum A, [b] inſcribe triangulum æquilaterum ABC hoc poſito cum tertiam partem circumferentiæ [c] ſubtendat A B, hoc eſt quinque quindenas, duo vero pentagoni latera , AE, EF, earundem quindecimarum ſubtendant ſex. Si ab ipſis AE, EF, ſubtendentibus ſex , ipſam AB, ſubtendentem quinq; tollas, ſupererit BF, ſubtendes unam decimam quintam totius. Ergo ſi quatuordecim ei æquales in circulo, [d] accommodentur, erit quindecagonum æquilaterum & Æquiangulum [e] cum ſinguli anguli ſubtendant arcus æquales tredecim laterum quindecagoni. Q. E. F.

[a] 11.4.
[b] 2.4.
[c] 26. vel 28. 3.
[d] 1.4.
[e] 27.3.

EUCLIDIS

ELEMENTUM V.

Hujus Elementi quinti Vitruvius autorem prædicat Eudoxium Gnidium, qui Platonem comitatus est in Ægyptum.

DEFINITIONES.

Pars est magnitudo magnitudinis, minor majoris, cum metitur majorem.

ID est, quæ aliquoties sumpta, majorē ipsam præcisè constituit: sic unitas, est pars ternarii, quia ter sumpta facit ternarium. Atq; hæc est pars propriè

propriè dicta & quæ vocatur *Aliquota*. Impropriè verò dicta pars, est *quæ aliquoties sumpta vel suum totum excedit, vel ab eo deficit*: sic binarius numerus est, improp. dicta pars septenarii, quia ter sumptus, deficit: quater autem sumptus excedit, atq; hæc pars dicitur *Aliquanta*. Imo Euclides lib. 7. non vocat partē sed partes, & benè, quia quatuor non est pars numeri sex, sed ejus duæ partes tertiæ. In genere sic posset definiri. *Pars est minor & homogenea quantitas, quæ aliquoties repetita metitur vel excedit suum totum.*

Similiter, & si definitio Partis, prout traditur ab Euclide, tantum conveniat quantitati continuæ; quæ sola propriè secundùm Philosophū appellatur Magnitudo, cùm tamen numeros suis quoque constitui partibus dubium sit nemini, sic forte commodius potuisset exprimi. *Pars est minor*

quantitas, quæ metitur majorẽ. Ut ut sit, in sequentibus, partis nomine utar, cum in quantitate continua, tum in discreta; imò brevitatis gratia frequẽtius utar numeris, quorum tamen loco poterit quilibet magnitudines tot palmorum intelligere quot numeris exprimentur.

2. *Multiplex autem est major, quam metitur minor.*

Multiplex idẽ est ac multũ simplex, quando videlicet unũ simplex, hoc est, pars metitur multum, hoc est majorem quantitatem: sic 12 est multiplex ipsius 6 & 2 bis enim continet 6, sexies, vero 2 sex autẽ respectu duodenarii dicitur *submultiplex*. *Æquemultiplices* dicuntur quantitates quæ æquè multoties cõtinent suas submultiplices, ut 9. respectu 3. & 12. respectu

ſpectu 4. quia prima quantitas ſecundam ter continet, & ſimiliter tertia quartam. Hinc vides quomodo pars & multiplex ſint relata.

3. *Ratio eſt duarum quantitatum ejuſdem generis, mutua quædam ſecundùm menſuram habitudo.*

QUod Euclid. dixit λόγος, hoc Campanus vertit Proportio, melius aliis Ratio. Senſus vero hic eſt, quando duæ quantitates ejuſdem generis, ut duo numeri, duæ lineæ, duæ ſuperficies, duo ſolida (nec enim linea cum ſuperficie, aut linea alba cum ſonora, ut ſic, poſſunt conferri, cum ſint diverſi generis) inter ſe comparantur, ſecundùm capacitatem hoc eſt exceſſum, defectum aut æqualitatem, appellatur hæc comparatio aut habitudo mutua Ratio.

tio. Obſervabis verò requiri ſemper duas quantitates, nihil enim habet rationem ad ſeipſum, & decempeda ſolitariè conſiderata nec major eſt minor, aut æqualis.

Hæc porrò omnis comparatio in capacitate quātitatis fundatur, ſecundùm quam una quantitas aliam continet vel accuratè, vel ex parte tantum, vel cum exceſſu. Si enim una partem tantum alterius continet ut bipeda tripedā minor inæqualitas ſive minor ratio appellatur: ſi adæquate totam ut ſexpeda ſexpedam, æqualitas dicitur: ſi denique pluſquam totam ut ſexpeda bipedam, major inæqualitas ſeu major ratio dicitur. Cùm autem in omni ratione duo ſint termini *Antecedens & Conſequens* qui ad invicem referuntur: Ille in nominativo efferri ſolet, hic in alio caſu: exempli gratia linea ſex palmorum eſt dupla lineæ trium: antecedens eſt linea

linea ſex palmorum: conſequens, linea trium. Exceſſus antecedentis ſupra conſequētem vel conſequentis ſupra antecedentem dicitur *Differentia terminorum. Ratio Rationalis* eſt quæ eſt inter quãtitates commenſurabiles & numeris poteſt exprimi, ut ratio dupla, tripla &c. *Ratio Irrationalis* eſt ea quæ eſt inter magnitudines quarum nulla eſt communis menſura quæ ullo numero poſſit exprimi: exempli gratia inter latus quadrati & ejus diametrum.

4. *Proportio eſt rationum ſimilitudo.*

GRæcè dicitur ἀναλογία Senſus verò hic eſt. Quēadmodum comparatio capacitatis duarum quantitatum dicitur ratio: Ita ſimilitudo duarum vel plurium rationũ diciturProportio. Ex gr. Cum ſimilis ſit ratio 12. ad 4 quæ 9. ad

ad 3. ideo dico inter has quantitates esse proportionem quia est similitudo rationum.

Proportio dividitur in *Arithmeticam, Geometricam,* & *Musicam, Arithmetica est quando tres vel plures numeri per eandē differentiam progrediuntur* ut hi numeri 4. 7. 10. est enim differentia 4. & 7. æqualis differentiæ 7. & 10. hæc proportio dicitur Arithmetica, quia invenitur inter numeros in ordine suo naturali sumptos puta 1, 2, 3, 4, 5, &c.

Geometrica est similitudo rationum quæ sit inter tres, vel plures quantitates ut inter numeros 2. 6. 18. est enim ratio 2. ad 6. similis rationi 6. ad 18. nam utraque ratio est tripla. Hæcque sola est propriè dicta proportio, & quam hic definit Euclides.

Proportio musica est quando

do tres magnitudines ita ordinantur, ut eadem sit ratio primæ ad tertiam quæ differentiæ primæ & secundæ, ad differentiã secundæ & tertiæ, ut 3. 4. 6. Sunt in proportione musica quia eadem est ratio primi numeri 3. ad tertium 6. quæ differentiæ primi & secundi, quæ est 1. ad differentiam secundi & tertii, quæ est 2. dicitur vero harmonica, quia consonãtes facit sonos inter quos invenitur.

5. *Rationem habere inter se quantitates dicuntur, quæ possunt multiplicatæ sese mutuo superare.*

Quia ratio est duarum quantitatũ ejusdẽ generis mutua secundùm mensurã habitudo, propterea quantitates quæ rationẽ habent inter se debent esse tales ut se mutuo superare possint, nam quantitas

quantitas quæ metitur alterã poteſt eam ſuperare, hinc.

Colligitur 1. Inter lineam & ſuperficiem, inter ſuperficiem & corpus inter lineam finitam, & infinitam, inter angulum rectilineum & contactus, nullam eſſe rationem, quia quantumvis horum unum multiplices, nunquam tamen aliud ſuperabit.

Coll. 2. Inter diagonalem & latus quadrati eſſe rationẽ, quia ita poteſt multiplicari ut latus excedat diagonalem, ſed hæc ratio dicitur irrationalis, quia non poteſt exprimi numeris.

Coll. 3. Inter curvilinea & rectilinea eſſe rationem, cum inter ea ſit æqualitas, & inæqualitas, nam Hippocrates Chius Lunulam creſcentem, & Archimedes Parabolam quadravit, & Proclus inter angulos rectilineos & curvilineos æqualitatem demonſtravit lib. 3. in primum Euclid. ad 12, axioma.

6. *In*

6. *In eadem ratione quantitates dicuntur esse, prima ad secundã, & tertia ad quartam, cum primæ & tertiæ æquimultiplicia, à secundæ & quartæ æquimultiplicibus, qualiscunque sit hæc multiplicatio, utrumque ab utroque, vel unâ deficiunt, vel uni æqualia sunt, vel unà excedunt, si ea sumantur, quæ inter se respondent.*

A Signo ostendit Euclides quomodo possimus cognoscere utrum quatuor quantitates sint in eadem ratione. 1. Æquemultiplica, inquit, primam quantitatẽ & tertiã. 2. Æquemultiplica secundam & quartam 3. conferas multiplicem primæ cum multiplici secundæ, & multiplicem tertiæ cum multiplici quartæ,

quartæ, & vide, utrum quotiescunque multiplex primæ deficit à multiplici secundæ; vel æqualis est, vel excedit, etiam multiplex tertiæ tunc deficiat à multiplici quartæ, vel æqualis sit vel excedat: tunc enim si id fiat, certò concludas, has quatuor quantitates esse in eadem ratione, si non fiat, nega esse.

8	6	12	9
4	2	6	3
A	B	C	D

Exemplum: volo scire utrũ hæ quantitates A, B, C, D, sint proportionales: 1. æquemultiplico A, & C, puta per binarium. 2. æquemultiplico B, & D, puta per ternarium, ut factum vides superius: tertio confero multiplicẽ 1. 8. cum multiplici secundæ 6 & multiplicẽ tertiæ 12. cum multiplici quartæ 9. & video non

non tantùm multiplicem ſecundæ deficere à multiplici primæ, ſed & multiplicem quartæ deficere à multiplici tertiæ.

12	12	18	18
4	2	6	3
A	B	C	D

Deinde iterum æquemultiplico A, & C puta per ternarium : ſimiliter æquemultiplico B, & D, puta per ſenarium; eadem eſt ratio de quocunque numero per quem æquemultiplices, tum video, multiplicem primæ æqualem eſſe multiplici ſecundæ : & multiplicem tertiæ, multiplici quartæ.

8	16	12	24
4	2	6	3
A	B	C	D

Tertio æquemultiplico A, & C, puta per binarium, æquemultiplico

multiplico etiam B, & D, puta per octonarium, & adverto multiplicem primæ 8 deficere à multiplici secundæ 16. & multiplicem tertiæ 12. à multiplici quartæ 24. & quia qualitercunq; æquemultiplicem illas quantitates, semper se habet multiplex primæ ad multiplicem secundæ, ut se habet multiplex tertiæ ad multiplicem quartæ, id est simul deficiunt vel excedunt vel sunt æquales, propterea concludo esse quatuor illas quantitates proportionales & earum primum in eadem ratione esse ad secundam, in qua est tertia ad quartam.

16	15	24	25
4	3	6	5
A	B	C	D

Alterum exemplum. Proponantur aliæ quatuor A B C D, 1. æquæmultiplico A,

A,& C, puta per quaternariū. 2. æquemultiplico B, & D, puta per quinarium. 3. Video multiplicem primæ 16. superare multiplicē secundæ 15. multiplicem verò tertiæ 24. superari à multiplici quartæ 25. quare concludo duas quantitates non esse in eadem ratione, quia si essent in eadem ratione quadruplum tertiæ superaret quadruplum 4. Sicut quadruplum primæ, superat quadruplū secundæ. Id enim fieri debet qualiscunque sit multiplicatio. Quare licet duplum primæ superet duplum secundæ, & similiter duplum tertiæ superet duplū quartæ Tamen non potest inde colligi quod sint proportionales; quia ut sint proportionales oportet ita fieri facta quavis multiplicatione.

SCHOLIUM.

HÆc sunt quæ ad verbū & sensum Euclidis nunc

nunc occurrunt. Quod ad rē ipſam, nunquam judicavi definitionem illam poſſe inſervire tyronibus, cum tradatur per obſcurius. Sic itaque illam aliter enuncio. *Quatuor quantitates dicuntur eſſe proportionales, cum prima eodem modo continet ſecundam vel continetur à ſecunda quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.* Nam quatuor quantitates eſſe proportionales, eſt primam ita ſe habere ad ſecundam, ſicut tertia ſe habet ad quartam : hoc autem aliud nihil eſt, quàm primam ita eſſe majorem vel minorem ſecunda, ſicut tertia major eſt vel minor quarta. Si autem res ita ſe habet, prima eodem modo continebit ſecundam, vel à ſecunda continebitur quo tertia continebit quartam vel à quarta continebitur. Igitur quatuor quantitates dicuntur proportionales, cum prima eodem modo continet ſecundam,

dam, vel continetur à ſecunda quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.

Nota hanc definitionem convenire tum quantitatibus rationalibus, tum irrationalibus. Supereſt tantum explicandus ille modus continentiæ vel contentionis qui dicitur idem. Ille autem modus dicitur idem dupliciter, primo cum prima quantitas continet ſecundam aut continetur à ſecunda toties exactè quoties tertia continet quartam, aut continetur à quarta exactè, ita ut pars nulla ſuperſit. ex. gr. linea duorum pedum toties continet lineam unius pedis, quoties linea 6. pedum continet lineam 3. pedum. Similiterque linea unius pedis toties continetur in linea duorum pedum quoties linea trium pedum continetur in linea 6. pedum. Et proinde 4. illæ lineæ dicuntur proportionales.

Secundo, Ille modus conti-

nentiæ

nentiæ vel contentionis dicitur idem cum prima secundã, & tertia quartam æque continet & præterea eandem partem, vel easdem partes; vel cum prima, cum tali sui parte aut talibus partibus continetur in secunda, quoties tertia cum eadem, aut talibus partibus continetur, in quarta. Ut linea 10. pedum continet toties lineam 3. pedum & talem insuper ejus partem quoties lineam 6 pedum qualemve ejus partem continet linea 20. pedum. Nam linea 10. continet ter lineam trium pedum & insuper trientem ipsius ternarii, sicut linea 20 pedum continet ter 6 & insuper trientem ipsius senarii. Similiter linea 12 pedum toties continet lineam 5 pedum & tales ejus partes, quoties lineam 10. pedum qualesve ejus partes continet linea 24. Rursus linea 3. pedum cum tali sui parte continetur in linea 10. pedum sicut

ſicut linea 6 pedum cum tali ſui parte continetur in linea 20 pedum Similiter linea 5. pedum cum talibus ſui partibus continetur in linea 12. pedum, ſicut linea 10. pedum cum talibus ſui partibus continetur in linea 24. pedum.

7. *Eandem autem habentes rationem quantitates, vocentur proportionales.*

NAmquæ habent eandem rationem, habent rationum ſimilitudinem ſeu proportionem. Quod ſi proportio non interrumpitur, dicitur continua proportio, qualis eſt in his numeris 4. 8. 16. 32. qui propterea dicuntur continuè proportionales : ſecus autem dicuntur tantùm proportionales ut 4. 2. 6. 3.

8. *Cum verò æque multiplicium, multiplex primæ excesserit multiplicē secundæ: at multiplex tertiæ, non excesserit multiplicē quartæ: tunc prima ad secundam majorem rationem habere dicetur, quam tertia ad quartam.*

16	15	24	25
4	3	6	5
A	B	C	D

Puta si proponantur quatuor quantitates ABCD. quia quadruplum primæ superat quintuplum secundæ, quadruplum autem tertiæ, non superat quintuplũ quartæ, dicemus majorem esse rationem primæ ad secundam, quam tertiæ ad quartam.

9. Pro-

9. *Proportio verò in tribus ad minimum terminis consistit.*

Cum proportio sit rationum similitudo: ratio autem sit duarum magnitudinum ejusdem generis comparatio, quarum una dicitur antecedens, alia consequens: in proportione, ad minimũ duo requiruntur antecedentia, & duo consequentia: quia tamen medius terminus potest esse consequens primæ & antecedens secundæ rationis, propterea proportio potest esse in tribus terminis, nimirum quæ continua est ut 16. 8. 4. quæ vero non est continua postulat quatuor terminos ut 16. 4. 12. 3.

10. *Cùm autem tres quantitates proportionales fuerint : prima ad tertiam dicitur duplicatam habere rationem, eam quam habet ad ſecundam. At cum quatuor quantitates proportionales fuerint ; prima ad quartam dicitur triplicatam habere rationem, eam quam habet ad ſecundam : & ſemper deinceps uno amplius, quamdiu proportio extiterit.*

DIfferunt ratio dupla & ratio duplicata, itemque ratio tripla & ratio triplicata ut, iſta oſtendunt exempl.

64	16	4	1
A	B	C	D

Primum ſint quatuor quantitates ABCD, continuè proportionales

proportionales, nulla ex ipsis erit ratio dupla vel tripla, & erit nihilominus in ipsis una ratio duplicata & una triplicata: quia ratio primæ ad secundam erit inter primam & tertiam triplicata. Erit porrò illa ratio primæ ad secundam quadrupla. Quartæ ad tertiam quadrupla duplicata, id est quater quadrupla seu sexdecupla. Primæ ad quartam quadrupla triplicata, id est quater quater quadrupla, id est quater sexdecupla, id est, sexagequadrupla.

Secundum. Sint quantita-
1 2 4 8
tes quatuor E F G H continue proportionales erit prima subdupla secundæ. Secunda tertiæ Tertia quartæ: Erit tamen ratio primæ ad tertiam dupla rationis quam habet prima ad secundam. Erit item ratio primæ ad quartam, tripla rationis quã habet prima

ad secundam nec tamen erit prima dupla tertiæ sed ejus subquadrupla: nec prima est tripla quartæ sed ejus suboctupla.

Uno verbo discrimen aperio. Inter duas quantitates non dicitur esse ratio dupla, nisi una præcisè bis alteram contineat, dicitur autem esse ratio duplicata; quamcumque habeant inæqualitatem, modo bis ea repetatur comparatio, quæ est inter primum & secundum terminos & triplicata si tertiò eadem instituatur.

II. *Homologæ quantitates dicuntur esse antecedentes quidem antecedentibus, consequentes verò consequentibus.*

SI proportionales sunt
1 4 8 32.
A B C D & ut prima ad secundam, ita, tertia ad quartam: homologæ dicentur prima & tertia inter se, secunda

ſecunda item & quarta inter ſe, quia eaſdem vices gerunt prima & tertia, & ſimiliter ſecunda & quarta.

Sequuntur modi argumentandi in proportionibus, qui inferius ſuis locis demonſtrabuntur.

12. *Alterna ratio, eſt ſumptio antecedentis ad antecedentem, & conſequentis ad conſequentem.*

Quia Geometræ quinque diverſas concluſiones colligunt ex una quatuor quantitatum proportione, propterea quinque modos quinque illarum concluſionum nunc definit Euclides. Prima eſt alterna, hoc eſt permutata ratio, ſeu permutando quantitates & comparando ipſas antecedentes inter ſe, & ipſas conſequentes inter ſe.

9 3 6 2
A B C D

Puta ex eo quod proportionales ſunt ABCD eſtque ut A, ad B, ita C, ad D, inferam ergo permutando ut A, ad C, ita B, ad D.

13. *Inverſa ratio eſt ſumptio conſequentis ceu antecedentis, ad antecedentem velut conſequentem.*

SEcunda ſpecies ſeu modus argumentandi dicitur inverſa ratio, quando conſequens inſtar antecedentis ſumitur, invertendo ſcilicet terminos proportionis & ad antecedēs velut ad cōſequens comparatur. Nam quia eſt ut

9 3 6 2
A ad B ita C ad D. Ergo

3
invertendo inferam ut B. ad

9 2 6
A ita D ad C.

14 Com-

14. *Compoſitio rationis, eſt ſumptio antecedentis cum conſequente, ceu unius ad ipſum conſequentem.*

TErtia ſpecies dicitur compoſitio rationis, cum antecedens ſimul cum conſequente inſtar unius ſumitur, & ad conſequens comparatur

9 3
Sic, Quia eſt ut A. ad B. ita
6 2
C. ad D. ergo componendo
12 3 8 2
erit, ut AB. ad B ita CD. ad D.

15. *Diviſio rationis, eſt ſumptio exceſſus, quo conſequentem ſuperat antecedens, ad ipſum conſequentem.*

HOc eſt, eſt comparatio differentiæ terminorum cum alterutro ipſorum.

9 3 6 2
Ut quia est ut A. ad B. ita C. ad D. erit dividendo ut 6. ad 3. ita 4. ad 2. vel ut 6. ad 9. ita 4. ad 6.

16. *Conversio rationis, est sumptio antecedentis ad excessum, quo superat antecedens ipsum consequentem.*

HOc est, comparatio unius termini cum differentia terminorum.

9 3 6 2
Ut quia est ut A. ad B. ita C. ad D.
Erit convertendo rationem ut 9. ad 6. ita 6. ad 4.
vel ut 3 ad 6. ita 2. ad 4.
Unde vides quod conversio est divisionis inversio.

17. *Ex æqualitate ratio est, si plures duabus sint quantitates, & his aliæ multitudine pares, quæ binæ sumantur & in eadem ratione: cum ut in*

in primis magnitudinibus prima ad ultimam, sic & in secundis magnitudinibus, prima ad ultimam se habebit. vel,

Sumptio extremorum, per subductionem mediorum. Ut si sint plures magnitudines.

12 4
A B C

& aliæ totidem

6 2
D E F binæ & binæ in eadē ratione, hoc est ut

12 6
A. ad B. quidpiam, ita D. ad E. quidpiam, & ut B. ad C. ita E. ad F. erit ex æquo ut in

12 4
prioribus A. ad ultimam C.

6 2
ita in posterioribus D. ad F. Nullum numerum oportet opponere ipsis B. & E. quia hic non agitur de ipso, sed in sequentibus. Continet au-

tem

tem æqualitas rationis duos modos argumentandi ex proportione plurium, quam quatuor quantitatum: hos duæ sequentes definitiones explicant.

18. *Ordinata proportio est, cum fuerit quemadmodum antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem; fuerit etiam ut consequens ad aliud quidpiam, ita consequens ad aliud quidpiam.*

DIcitur ordinata proportio, quia duæ partes proportionis eundem servant suarum rationum ordinem.

12	6	4
A	B	C
6	3	2
D	E	F

Exemplum; esto utriusque partis

partis prima ratio eſt dupla, ſecunda ratio eſt ſeſquialtera Concluditur quod ut eſt

12 4 6 2
A. ad C. ita eſt D. ad F.

19. *Perturbata autem proportio eſt, cum tribus poſitis magnitudinibus, & aliis quæ ſint his multitudine pares; ut in primis quidem magnitudinibus ſe habet antecedens ad conſequentem. Ita in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequentem: ut autem in primis magnitudinibus, conſequens ad aliud quidpiam; ſic in ſecundis magnitudinibus quidpiam ad antecedentem.*

HOc eſt, cùm ut in primis, prima ſe habet ad ſecundam, ita in ſecundis ſecunda

ad tertiam, & ut in primis ſecunda ad tertiam, ita in ſecundis prima ſe habet ad ſecundam, dicitur hæc proportio perturbata, quia una proportionis pars non ſervat ordinem rationum alterius partis: Exemplum eſto.

12	6	4
A	B	C
6	4	2
D	E	F

In prima propoſitionis parte, ratio dupla præcedit ſeſquialteram.

In ſecunda parte ſequitur:

Concluditur tamen perinde atque in proportione ordinata.

Quod ut eſt

	12		4
	A	ad	C
Sic eſt	6		2
	D	ad	F

PRO-

PROPOSITIO I.

3.	1.	3.	1.	*Si sint quotcun-* Theo. 1
A,	E.	C.	F.	*que magnitudi-*
	6.	2.		*nes quotcunque*
	G.	H.		*magnitudinũ æ-*

qualium mumero, singulæ singularum. æque multiplices; quam multiplex est unius una magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.

ID est quia a æque multiplices sunt A, ad E, & C, ad F. Si A. & C. jungantur in G. similiterque E. & F. in H. quam multiplex erat A ipsius E. & C. ipsius F. tam multiplex erit G. ipsius H. a Def. 2. 5.

Prob. Majora aut minora non sunt tota, quam suæ omnes partes proprie dictæ. Ergo non potest totum aggregatum G, plures vel pauciores numero continere totum aggregatum H, quam A, & C, partes omnes totius H. Et vero quoties E, numerat A, & F, numerat C, toties H, numerat G, hoc est ter. Id vero intelligendum non tantum de multiplici increscente, sed etiam de decrescente, & mixto.

PROPOSITIO II.

Th. 2.

6	3	4	2	*Si primo* A. *secundæ*
A	B	C	D	B, *æquè fuerit mul-*
9	6	15	10	*tiplex, atque tertia*
E	F	G	H	C, *quartæ* D, *fue-*

rit autem & quinta E, *secundæ* B, *æquè multiplex, atque sexta* F, *quartæ* D, *erit & composita prima cum quinta* E, nempe G, *secundæ* B, *æque multiplex, atque tertia* C, *cum sexta* F, nempe H, *quartæ* D.

PRob. Ex hypothesi secunda B, & quarta D, pari numero continentur in suis multiplicibus A, & C nempe bis. Similiterque eadem secunda B, & quarta D, pari numero continentur in suis aliis multiplicibus E, & F, nempe ter. Ergo per præcedentem, continebuntur etiam pari numero in multiplicibus collectis, hoc est si componantur A. & E. ut fiat G. similiterque F. & C. ut fiat H. quemadmodum G. 15. continet B. 3. quinquies. Ita H. 10. continebit D. 2. quinquies.

PRO-

PROPOSITIO III.

4	2	6	3
A	B	C	D
8		12	
E		F	

Si sit prima A, *secundæ* B *æquè multiplex, atq; tertia* C, *quartæ* D, *sumantur autem æque multiplices* E, *&* F, *primæ* A, *&* *tertiæ* C, *erit ex æquo sumptarum, utraq; utriusq; æque multiplex, altera quidem* E, *secundæ* B, *altera autem* F, *quartæ* D. Th. 3.

PRob, ponuntur B. & D. æqualiter contineri in singulis A & C. ergo æqualiter [a] continentur etiam in iisdem pari numero multiplicatis in E. & F. [a] 1. 5.

PRO-

PROPOSITIO IV.

4	2	6	3
A	B	C	D
8	6	12	9
E	F	G	H

Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: etiam Th. 4. *æquè multiplices primæ & tertiæ, ad æque multiplices secundæ & quartæ, juxta quamvis multiplicationem, eandem habebunt rationem, si prout inter se respondent, ita sumptæ fuerint.*

POsita & explicata superius à nobis definitione 6. hanc propositionem sic breviter perstringo.

Si prima A. ad secundam B, habuerit eam rationem quam habet tertia C, ad quartam D, sumanturque primæ A, & tertiæ C, æque multiplices E, & G. Item secundæ B, & quartæ D, iisdem vel aliis æque multiplicibus F, & H, erit E, multiplex ipsius A, ad F, multiplicẽ ipsius B, sicut 6. multiplex tertiæ C, ad H, multiplicem quartæ

quartæ D. idque juxta non unam tantum aut alteram multiplicationem, ſed juxta quamcumque, ut ibi diximus, & multiplicia primæ & tertiæ non ſolum unà deficient à multiplicibus ſecundæ & quartæ, aut unà æqualia erunt, aut unà excedent, ſed præterea eandem quoque habebunt rationem.

Ratio eſt, quia ex definit. 6. idem eſt quatuor magnitudines in eadem eſſe ratione & earum æque multiplicia vel unà deficere vel unà excedere, vel unà, æqualia eſſe. Idemque eſt vel conferre ſingulas B. & D. ad ſingulas A. & C. atque B. & D. æqualiter multiplicatas ad A. & C. pari inter ſe numero multiplicatas.

Corollarium.

Hinc etiam patet veritas rationis converſæ. Nam ſi A. eſt ita majus ipſo B. ſicut C. ipſo D. eſt evidens B. ita minus fore ipſo A. ſicut D. ipſo C. minus eſt. Nec minus foret evidens ſi A. & C. ſumpta eſſent æqualia, aut minora ipſis B. & D.

PRO-

PROPOSITIO V.

Tb. 5.

E	4	F	2
C	8	D	4
A	12	B	6

Si magnitudo A, *magnitudinis* B, *ita multiplex fuerit : ut ablata* C, *ablatæ* D, *etiam reliqua* E, *reliquæ* F, *ita multiplex erit, ut tota* A, *totius* B.

PAtet. Sit enim A, duplum ipsius B, & pars ablata C, dupla similiter partis ablatæ D, ergo si residua E, non est duplex residuæ F, omnes partes totius B, non continentur in omnibus partibus totius A, sicut totum in toto. Est ergo residua residuæ ita multiplex ut tota totius.

PRO-

PROPOSITIO VI.

G	2	H	3	G	8	H	12
E	10	F	15	E	4	F	6
A	12	B	18	A	12	B	18
C	2	D	3	C	2	D	3

Si duæ magni- tudines A & B. *duarum magnitudinum* C & D. *sunt æque multiplices: & detractæ quædam* E F. *sint earundem* CD. *æque multiplices. Reliquæ* GH. *iisdem* CD. *aut æquales sunt aut æque multiplices.* Th. 6.

PRob. C & D in totis A & B. & in eorum aliquibus partibus assumptis E & F. æqualiter continentur ex hypothesi: [a] ergo æqualiter a 5.5. etiam continebuntur in reliquis G & H. Ergo reliquæ eisdem, aut æquales, sunt aut æque multiplices.

PRO-

PROPOSITIO VII.

24	24	8	*Æquales* AB, *ad*
A	B	C	*eandem* C *ean-*
12	12	4	*dem habent ratio-*

nem : & eadem C, *ad æquales* AB.

Th. 7. PAtet ex terminis: Geometrice verò ut demonstretur, concipe magnitudinem C bis sumi, quasi diceretur, ut se habet A ad C ita B ad C hoc posito sic dico, 12. & 12. æque multiplica primæ magnitudinis A & tertiæ B [a] sunt æqualia. Jam sumatur quodcunque multiplex ipsius C puta 8 Ergo cum æque multiplicia ipsorum A & B quocunq; modo multiplicentur, sint æqualia semper : vel una deficiēt à multiplici C vel una æqualia erunt, vel una excedent, ut in assumpto exemplo. [b] Ergo in eadem sunt ratione. Eodem modo dicam multiplicem ipsius C puta 8. vel minorem esse 12. & 12. æque multiplicibus A & B vel utrisque æqualem vel minorem.

[a] 6. *Ax.*

[b] *Def.* 6. 5.

PRO-

PROPOSITIO VIII.

16	8	4
A	B	C
6	4	8

Inæqualiũ magnitudinum A, B, *major* A, *ad eandem* C, *majorem rationem habet, quam minor* B. *Et eadem* C, *ad minorem* B, *majorem habet rationem, quam ad majorem* A. *Th.8.*

PRob. Prima pars. Si A, esset æqualis B, vel si A, & B, æqualiter continerent C, eandem rationem haberent [a] ad C, & C, eandem ad A, & B, per præcedentem: sed major ponitur A, hoc est pluries continere C, ergo per definitionem 8. A, majorem habet rationem ad C, Prob. 2. Et quia C, pluries continetur ab A, quam à B, minorem habebit ad A, rationem quam ad B, per 8. def.

[a] 6. *Def 5.*

PRO-

PROPOSITIO IX.

Th. 9. A B C *Quæ* AB, *ad*
15 15 4 *eandem* C, *eandem habent rationem, æquales sunt inter se, & ad quas* AB, *eadem* C, *eandem habet rationem, hæ quoque* AB, *æquales sunt inter se.*

SI enim dicas A. esse majus
[a] 8. 5. quam B. [a] ergo major erit ratio majoris A. ad eandem C. quam minoris B. ad eandem C. Item major ratio ipsius C. ad B. quam ad A. quod est contra hypothesin.

PRO-

PROPOSITIO X.

16 8 4 *Earum mag-* Th. 10.
A B C *nitudinũ* AB, *quæ ad eandem* C, *habent rationem: quæ* A, *rationem majorem habet, hæc major est: ad quam autem* B, *eadem* C, *majorem rationem habet, hæc* B, *minor est.*

SI enim B, esset æqualis aut major quam [a] haberent A & B, eandem rationem ad C vel B, [b] haberet majorem, quod est contra hypothesin. Item si C, habet majorem rationem ad A, quam ad B, minor est A, quam B, vel utrumque, quod dixi, sequetur absurdum. Hæc convertit 8.

[a] 7. 5.
[b] 8. 5.

PROPOSITIO IX.

Th. 9. A B C *Quæ* AB, *ad*
15 15 4 *eandem* C, *eandem habent rationem, æquales sunt inter se, & ad quas* AB, *eadem* C, *eandem habet rationem, hæ quoque* AB, *æquales sunt inter se.*

SI enim dicas A. esse majus
a 8. 5. quam B. [a] ergo major erit ratio majoris A. ad eandem C. quam minoris B. ad eandem C. Item major ratio ipsius C. ad B. quam ad A. quod est contra hypothesin.

PRO-

PROPOSITIO X.

16	8	4
A	B	C

Earum magnitudinũ AB, *quæ ad eandem* C, *habent rationem: quæ* A, *rationem majorem habet, hæc major eſt: ad quam autem* B, *eadem* C, *majorem rationem habet, hæc* B, *minor eſt.* Th. 10.

SI enim B, eſſet æqualis aut major quam [a] haberent A & B, eandem rationem ad C vel B, [b] haberet majorem, quod eſt contra hypotheſin. Item ſi C, habet majorem rationem ad A, quam ad B, minor eſt A, quam B, vel utrumque, quod dixi, ſequetur abſurdum. Hæc convertit 8.

[a] 7. 5.
[b] 8. 5.

PROPOSITIO XI.

Tb. 11.

	27		18		36
G	36	I	24	H	48
	18		12		24
A	9	F	6	C	12
B	6	F	4	D	8
	24		16		32
K	36	M	24	L	48
	12		8		17

Quæ eidem sunt eædem rationes, & inter se sunt eadē.

SInt rationes A, ad B & C, ad D eædem, rationi E, ad F, etiam A ad B, & C, ad D eadē inter se erunt. Prob. per 6. def. hujus. Si enim sumantur ad omnes antecedentes A, C, E, æquemultiplices GHI, & ad consequentes B DF, æquemultiplices KLM, semper vel unà deficient vel unà æquales erunt, vel unà excedent, ut patet in schemate.

PRO-

PROPOSITIO XII.

Th.12.

4	2	6	3
A	B	C	D
10		5	
AC		BD	

Si ſint quotcunq; magnitudines proportionales ABCD. *quemadmodum ſe habuerit una antecedentium* A, *ad unam conſequentium* B, *ita omnes antecedentes* AC, *ad omnes conſequentes* BD.

QUod Prop. 1. de proportione multiplici demonſtratur, hic de omni proportione etiam irrationali oſtenditur, per eandem primam & defin. 6. ſi ſumantur antecedentium & conſequentium æquemultiplices. Ratio autem generalis eſt, quia cum tota nihil ſint aliud quam omnes ſuæ partes quæ erit ratio A, ad B, & C, ad D, eadem erit & AC, ad BD.

PROPOSITIO XIII.

Tb. 13. 6 4 3 2 4 3 / A B C D E F *Si prima* A, *ad secundam* B, *eandem habuerit rationem, quam tertia* C, *ad quartam* D, *tertia verò ad quartam, majorem habuerit rationem, quàm quinta* E, *ad sextam* F, *prima quoq;* A, *ad secundam* B, *majorem rationem habebit, quam quinta* E, *ad sextam* F,

PRob. Rationes A, ad B, & C, ad D, sunt similes ex hypoth. ut hic sesquialteræ. Ratio C, ad D, major est quam E, ad F, sesquitertia. Ergo ratio A, ad B, major est quam E, ad F, per 11. & patet à signo cum denominator A, ad B, 1. ½ 2. sit major quã E, ad F, 1. ⅓.

PRO-

PROPOSITIO XIV.

2	3	8	12	*Si prima* A Th. 14.
9	9	9	9	*ad secundam*
12	8	6	4	B, *eandem*
A	B	C	D	*habuerit ra-*

tionem, quam tertia C, *ad quartam* D, *prima vero* A, *quàm tertia* C, *major fuerit, erit & secunda* B, *major quàm quarta* D. *Quod si prima* A, *fuerit æqualis tertiæ C, erit & secunda* B, *æqualis quartæ* D. *Si verò minor, & minor erit.*

PRob. Sit A, major, C, minor, [a] ergo ratio A, ad B, major est quam C ad B. Rursus est C, ad D, sicut A, ad B, ratio autem A, ad B, [b] major est, quam C, ad B, [b] major ergo est ratio C, pri- a 8. 5. b 13. 5.

	2	3	8	12
	9	9	9	9
	12	8	6	4
[c] 10.5.	A	B	C	D

mi ad D, fecundum quã C, quinti ad B, fextũ. Minor [c] ergo eſt D, quam B.

[d] 7.5. Sit A, æqualis C, erit [d] ergo A, ad B, ut C, ad D, & quia C, ad D, & C, ad B, rationes, eædem ſunt rationi
[e] 9.5. A, ad B, [e] erunt quoque C, ad D, & C, ad B, eædem inter ſe.

Sit A, quam C, minor major erit ratio C, ad B, quam A,
[f] 13.5. ad B, Et cum [f] minor ſit ratio C, primi ad D, ſecundum, quam C, quinti ad B, ſextum,
[g] 10.5. minor [g] erit B, quam D.

PRO-

PROPOSITIO XV.

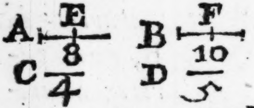
A 5 B 7 *Partes* A Th.15.
C 25 D 35 B, *cum pariter multiplicibus* CD, *in eadem ſunt ratione, ſi prout ſibi mutuo reſpondent, ita ſumantur.*

SIt A, pars ipſius C, & B, ipſius D, continet C, toties A, quoties D, continet ipſam B. Quia ergo ut una antecedentium A, ad unam conſequentium B, ita [a] omnes antecedentes C. ad omnes conſequentes D. Ergo ut C, ad D, ita A, ad B.

[a] 12.5.

PROPOSITIO XVI.

Tb. 16.



Si quatuor magnitudines ABCD, *proportionales fuerint & vicissim proportionales erunt.*

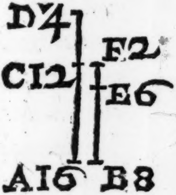
HOc eſt, ſi ſit A, ad C, ſicut B, ad D, erit permutando ut A, ad B, ita C, ad D.

Prob. Supponamus enim A continere C, bis ſicut B, continet D, ſi dividamus A, in E, bifariam & B, in F, erit E, æqualis C, & F, æqualis D, ſed ut E, ad F, ſic dupla A, ad B, per 12. Ergo ut dupla A, ad duplam B, ſic C, æqualis ipſi E, ad D, æqualem ipſi F.

PRO-

PROPOSIT. XVII.

Si compositæ magnitudines, proportionales fuerint, hæ quoq; divisæ proportionales erunt. Tb.17.

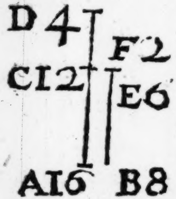


HOc est A, compositum ex CD, & B, ex EF, dentur; & sit ut A, 16. ad sui partem D, 4. ita B, 8. ad F, 2. erit & ut C, 12. ad D, 4. ita F, 6. ad F, 2.

Id probant Theon & alii per æquemultiplices. Dibualdus, quod alias sequeretur partem esse æqualem toti. Nos sic breviter A, & B, ponuntur proportionales a ergo simili ratione continent partes D, & F, puta quater, ergo si eædem è suis singulæ totis auferantur, similiter in residuis AC, BE, continebuntur: ergo ut erit AC, ad CD, ita BE, ad EF. a 4.def.

PROPOSITIO XVIII.

Th. 18.



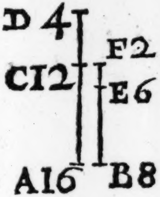
Si divisæ magnitudines sint proportionales, hæ quoque & compositæ proportionales erunt.

Sit ut DC, ad CA, ita FE, ad EB, erit & AD, ad DC, ut BF, ad EF.

Prob. Ex hypothesi partes AC, BE, simili ratione continent partes DC, FE, ergo si hæ illis addantur, tota AD, BF, adhuc simili ratione continebunt suas partes DC, FE.

PRO-

PROPOSITIO XIX.



Si quemadmodum totum A, *ad totum.* B, *ita ablatum* C D, *se habuerit ad ablatum* EF, *& reliquum* CA, *ad reliquum* EB, *aut totũ* AD, *ad totum* BF, *se habebit.* Tb.19.

PRob. AD, BF, CD, EF, ponuntur proportionales; erit [a] ergo ut FB, ad EF, ita AD, ad CD. Ergo [b] erit ut FE, ad EB, ita DC, ad CA, [a] Ergo ut F E, ad DC, ita BE, ad A C, hoc est ut tota AD, ad totam BF, cum posita sit AD, ad BF, ut CD, ad E F.

[a] 16.5.
[b] 17.5.

Brevius, quia aliter omnes partes essent majores omnibus partibus, quã totum toto.

PRO-

PROPOSITIO XX.

Th. 20.

12	9	6	
A	B	C	
8	6	4	
D	E	F	

Si sint tres magnitudines ABC, *& aliæ* DEF, *ipsis æquales numero, quæ binæ & in eadem ratione sumantur (hoc est ut* A, *ad* B, *ita* D, *ad* E, *& ut* B, *ad* C, *ita* E, *ad* F.) *Ex æquo autem prima* A, *quàm tertia* C, *major fuerit, erit & quarta* D, *quam sexta* F, *major. Quod si prima tertiæ æqualis fuerit, erit & quarta æqualis sextæ, sin illa minor, hæc quoque minor erit.*

a 8. 5. PRob. Sit major A, quàm C [a] ergo major erit ratio ipsius A, ad B, quàm C, ad B, est

est autem ut A, ad B, ita D, ad E, & ut B, ad C, ita E, ad F. Ergo convertendo est ut C, ad B, ita F, ad E. Ergo D, ad E, majorem [b] habet ratio- [b] 13.5.
nem quam F, ad E. quare major [c] est D, quam F. Haud [c] 10.5.
secus concludam si A, ipsi C, æqualis ponatur aut minor. Interpretes idem probant de quotcunque magnitudinibus non de tribus tantum.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

Tb.21.

18	12	4
A	B	C
27	9	6
D	E	F

Si ſint tres magnitudines ABC, *& ipſis æquales numero* DEF, *quæ binæ & in eadem ratione ſumantur, fueritque perturbata earum proportio (hoc eſt ut* A, *ad* B, *ſic* E, *ad* F, *& ut* B, *ad* C, *ſic* D, *ad* E.) *Ex æquo autem prima* A, *quàm tertia* C, *major fuerit: erit & quarta* D, *quàm ſexta* F, *major. Quod ſi prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis ſextæ, ſin illa minor, hæc quoque minor erit.*

Prob.

PRob. Sit A, major quam C, ergo A, ad B, majorem [a] habet rationem quam C, ad B; Est autem ut A, ad B, ita E, ad F. Ergo [b] major est ratio E, ad F, quàm C, ad B, Et quia ut B, ad C, ita D, ad E, ergo convertendo ut C, ad B, ita E, ad D. Ergo major est ratio E, ad F, quàm E, ad D, [c] Ergo major est D, quàm F. Idem ostendetur si A minor sit aut æqualis.

[a] 8.5.

[b] 15.5.

[c] 10.5.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

Th. 22.

12	9	6	8	6	4
A	B	C	D	E	F
24	18	12	16	12	8
G	H	I	L	M	N

Si fuerint quotcunq; magnitudines ABC, *& aliæ ipsis æquales numero* DEF, *quæ binæ in eadem ratione sumantur (hoc est ut* A, *ad* B, *ita* D, *ad* E, *& ut* B, *ad* C, *ita* E, *ad* F,*) & ex æqualitate in eadem ratione erunt. Hoc est erit* A, *ad* C, *sicut* D, *ad* F.

PRob. Sumantur ipsarum ABC, æquemultiplicia GHI, & ipsarum DEF, æquemultiplicia LMN, cum simplicia sint in eadem ratione A, ad B, ut D, ad E, & B, ad
a 15.5. C, ut E, ad F, [a] erunt eorum multiplicia G, ad H, & H, ad I, ut L, ad M, & M, ad N. Ergo si quotvis magnitudines GHI, & aliæ totidem LMN, binæ sumantur in ea-
b 10.5. dem ratione quarum [b] primæ ultimam in utroque ordine simul excedunt, æquantur, vel deficiunt,
c 6. def. earum simplices A, ad C, [c] erunt ut D, ad F.

Pro-

PROPOSIT. XXIII.

18	12	4
A	B	C
27	9	6
D	E	F

Si fuerint tres magnitudines ABC, *aliæque ipsis æquales numero* DEF, *quæ binæ in eadem ratione sumantur, fuerit autem perturbata earum ratio (hoc est sit* A, *ad* B, *ut* E, *ad* F, *& ut* B, *ad* C, *ita* D, *ad* E) *etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt (hoc est ut* A, C, *ita* D, *ad* F.) *Ib.* 23.

PRob. [a] Si A, excedit C, æquatur vel deficit; D excedet F, æquabitur, vel deficiet. [a] 21.5.
[b] Idemque fiet in æquemultiplicibus. Ergo ex [c] æqualitate in [d] eadem ratione est ut A, ad C, ita D, ad F. [b] 15.5. [c] 17. *Def.* [d] 6. *Def.*

PRO-

PROPOSITIO XXIV.

Th. 24.

4	2	6
A	B	C
3	10	10
D	E	F
	14	21
	G	H

Si prima A, *ad ſecundam* B, *eandem habuerit rationem, quã tertia* C, *ad quartã* D, *habuerit autem & quinta* E *ad ſecundam* B, *eandem rationem quàm ſexta* F, *ad quartam* D. *Etiam* G, *compoſita prima cũ quinta, ad ſecundam* B, *eandem habebit rationem, quam* H, *tertia cum ſexta, ad quartam* D,

PRob. Ex hypotheſi B, eſt talis pars ſingularum A, & E, qualis eſt D, ſingularũ

a 18. 5. C, & F, Ergo [a] erit quoque B, talis pars compoſitarum A & E, in G, qualis eſt ipſarum CF, compoſitarum in H.

PRO-

PROPOSIT. XXV.

Si quatuor magnitudines ABCD, *proportionales fuerint: maxima* A, *& minima* D, *reliquis duabus* BC, *majores erũt* Th. 25.

PRob. Ex hypot. ut A, ad B, ita C, ad D, sit A, major, ab ea auferatur A, 9. æqualis ipsi C, & à B, tollatur B, 3. æqualis minimæ D. Erit igitur ut totalis A, 12, ad partialem A, 9. ita totalis B, 4. ad partialem B, 3. & [a] reliqua 9. 12. scilicet 3. ad reliquam 3, 4. scilicet 1. ut A, 12. ad B, 4. Itaque major erit 3. quam 1. Ex 3. ab scindatur 9. 1. hoc est 1. æqualis 3, 4. hoc est 1. Ergo A, 1. hoc est 10. continet magnitudines C, 9. & 3, 4. hoc est 1. Ergo A, 1. & D, hoc est 13. æquales sunt magnitudinibus C, 9. & B, 4. Ergo si addatur 1. 12. hoc est 2. magnitudo A, 12. & D, 3. hoc est 15. majores sunt quam B, 4. & C, 9. hoc est 13. [a] 19. 5.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.

Th. 26. 8 4 5 3 *Si prima* A,
A B C D *ad secundam*
B, *habuerit majorem rationem, quàm tertia* C, *ad quartam* D, *habebit convertendo, secunda* B, *ad primam* A, *minorem rationem, quàm quarta* D, *ad tertiam* C.

Hæc & reliquæ octo propositiones cùm non sint Euclidis, eas non aliter demonstrabimus quam indicando propositiones Euclidis, in quibus virtute continentur.

Hanc vero, propositione 4 hujus elementi contineri, patet manifestè.

PROPOSITIO XXVII.

8 4 5 3 *Si prima* A, *ad secundã* B *habuerit majorem rationem, quàm tertia* C, *ad quartã* D, *habebit quoque vicissim prima* A, *ad tertiam* C, *majorem rationem, quam secunda* B, *ad quartam* D. Th. 27.

A B C D

Continetur prop 16.

PROPOSITIO XXVIII.

8 4 5 3 *Si prima* A, *ad secundam* B, *habuerit majorem rationem, quàm tertia* C *ad quartam* D, *habebit quoque composita prima cùm secunda* E, *ad secundam* B, *majorem rationem quàm composita tertia cum quarta* F, *ad quartam* D. Th. 28.

A B C D

E 12 F 8

Continetur prop. 18.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.

	8	4	5	3
Th.29.	A	B	C	D
	E	12	F	8

Si composita E, *prima cum secunda, ad secundam* B, *majorem habuerit rationem, quàm composita* F, *tertia cum quarta, ad quartam* D, *habebit quoque dividendo, prima* A, *ad secundam* B, *majorem rationem quàm tertia* C, *ad quartam* D.

Continetur prop. 17.

PROPOSITIO XXX.

	8	4	5	3
Th.30.	A	B	C	D
	E	12	F	8

Si composita F, *prima cum secunda, ad secundam.* B, *habuerit majorem rationē, quā composita* F, *tertia cum quarta, ad quartam* D, *habebit per conversionē rationis, prima cum secunda* E, *ad primam* A, *minorem rationem, quàm tertia cum quarta* F, *ad tertiam* C.

Continetur prop. 19.

PRO-

PROPOSITIO XXXI.

16	8	4
A	B	C
9	5	3
D	E	F

Si sint tres Th.31.
magnitudines ABC, *& aliæ ipsis æquales numero* DEF, *sitque major ratio primæ priorum* A, *ad secundam* B, *quam primæ posteriorum* D, *ad secundam* E. *Item secundæ priorum* B, *ad tertiam* C, *major quam secundæ posteriorum* E, *ad tertiam* F, *erit quoque ex æqualitate major ratio primæ priorum* A, *ad tertiam* C, *quam primæ posteriorum* D, *ad tertiam* F.

Continetur prop. 20. & 22.

PRO-

PROPOSITIO XXXII.

Th.32.

16	8	4
A	B	C
9	6	4
D	E	F

Si ſint tres magnitudines A B C, *& aliæ ipſis æquales numero* D E F, *ſitque major ratio primæ priorum* A, *ad ſecundã* B, *quã ſecundæ poſteriorum* E, *ad tertiã* F. *Itẽ ſecundæ priorũ* B, *ad tertiã* C, *quàm primæ poſteriorũ* D, *ad ſecundam* E. *Erit quoq; ex æqualitate, major ratio primæ priorũ* A, *ad tertiã* C, *quàm primæ poſteriorum* D, *ad tertiam* F.

Continetur prop. 21. & 23.

PROPOSIT. XXXIII.

Th.33.

12	6
A	B
4	3
C	D
8	3
E	F

Si fuerit major ratio totius A *ad totum* B, *quàm ablati* C *ad ablatum* D, *erit & reliqui* E, *ad reliquum* F, *major ratio, quàm totius* A, *ad totum* B.

Contin. prop. 18.

PRO-

PROPOSITIO XXXIV.

12	8	4	6	5	3
A	B	C	D	E	F

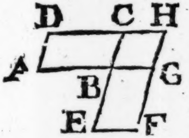
Si ſint Tb.34. *quotcũque magnitudines* ABC, *& aliæ ipſis æquales numero* DEF, *ſitq; major ratio primæ priorum* A, *ad primam poſteriorum* D, *quam ſecundæ* B, *ad ſecundam* E, *& hæc* B, *ad* E, *major, quam tertiæ* C, *ad tertiã* F, *& ſic deinceps: habebunt omnes priores ſimul* ABC *ad omnes poſteriores ſimul* DEF, *majorem rationem, quam omnes priores* B C, *relicta prima* A, *ad omnes poſteriores*, EF, *relicta quoque prima* D, *minorem autem, quã prima priorum* A, *ad primam poſteriorum* F, *majorem deniq; etiam quã ultima priorum* C, *ad ultimam poſteriorum* F,

EUCLIDIS
ELEMENTUM VI.
DEFINITIONES.

1. *Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos singulos singulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circũ angulos æquales, proportionalia.*

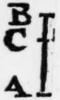
Duas conditiones requirit, 1. ut anguli sint æquales singuli singulis, ut hic A, & D, B, & E, C, & F, 2. ut latera circa æquales angulos sint proportionalia, hoc est ita se habeat BA, ad AC. ut ED, ad DF, quod si harum

harum altera desit, non dicentur similes. Sic quadratum & altera parte longius non sunt similes figuræ.



2. *Reciprocæ autem figuræ sunt, cum in utraque figura, antecedentes & consequentes rationum termini fuerint.*

HOc patet maxime in parallelogrammis & triangulis: nam si qua ratione AB, est ad BG, in eadem sit BE, ad BC, erunt reciprocæ figuræ: nam in utroque est antecedens & consequens diversarum rationum.



3 *Secundùm extremum & mediam rationem, recta* AB, *secta esse dicitur, cum ut tota* AB, *ad majus segmentum* A C, *ita majus* AC, *ad minus* CB, *se habuerit.*

Ob miram sui utilitatem, hæc proportio, divina communiter appellatur.

4. *Altitudo cujusq; figuræ, est linea perpendicularis* A D, *à vertice ad basim deducta.*

Cum ut ait Ptol lib. de Anal. mensura cujusq; rei debet esse stata, merito Eucl. à perpendiculari altitudinem petit cujusvis figuræ, sola enim perpendicularis est statæ & certæ longitudinis : hanc vero altitudinem lib. 1. vocavit esse in iisdem parallelis.

5. *Ratio ex rationibus componi dicitur, cum rationum quantitates inter ſe multiplicatæ aliquam effecerint rationem.*

Quod Euclides vocat quantitates rationum, ſolent Geometræ vocare Denominatorem. Numerus enim eſt à quo petitur nomen proportionis; ſic 4. eſt denominator rationis quadruplæ, 3 triplæ. Ratio igitur ex rationibus componi dicitur, quando harũ denominatores ſeu quantitates rationum inter ſe multiplicatæ aliquam aliam rationem fecerint. Sic ex ratione dupla & tripla componitur ſextupla, quæ eſt ratio ex rationibus: nam ſex componitur ex denominatore duplæ 2. & triplæ 3 inter ſe enim multiplicati faciunt 6. denominatorem rationis ſextuplæ compoſitæ.

PROPOSITIO I.

Theorema I.

Triangula ABC, DEF & *parallelogram.* CG, DF, *quorum* [a] *eadem fuerit altitudo* GH, BF, *ita se habent inter se ut bases* BC, EF.

[a] def. 4

ID est, eam inter se habent rationem quam bases. Prob. Triangula ejusdem altitudinis [a] possunt inter parallelas constitui: [b] tunc autem quæ æqualem habebunt basim, erunt æqualia, quæ majorem majora, quæ minorem minora. Idemque [c] est de æquemultiplicibus. Ergo absolutè triangula se habent ut bases, similiterque parallelogramma; cum sint dupla [d] triangulorum.

[a] def. 4
[b] 36.
[c] 15. 5.
[d] 34. 1.

PRO-

PROPOSITIO II.

Si ad unum trianguli ABC, latus CB, parallela ED, ducatur, hæc proportionaliter secabit ipsius trianguli latera AC, AB. Et si trianguli latera, proportionaliter secta sint, recta DE, per sectiones ducta, erit parallela ad reliquum ipsius trianguli latus CB. *Th. 2.*

PRob. Ductis duabus rectis EB, DC, [a] erunt triangula EDC, EDB, super eandem basim ED, & inter easdem parallelas ED, CB, æqualia. [b] Ergo ut AED, ad ECD, ita AE, ad EC, [c] (sunt enim in eadem altitudine) & ut AD E, ad DBE, ita AD ad DB, [d] ergo ut AE, ad EC, ita AD, ad DB. Ponantur vero latera AC, AB, proportionaliter secta in ED, cum AED, ad DEC, eandem habet rationem, quã ad EDB, (nam est ut AE, ad EC sic AD, ad DB, cum triangula sint ejusdem altitudinis) erũt DEC, EDB, [e] æqualia, & quia sunt in eadẽ basi [f] erũt inter parallelas.

[a] 37.1.
[b] 1.6.
[c] def. 4
[d] 7.5.
[e] 9.5.
[f] 39.1.

PROPOSITIO III.

Th. 3.

Si trianguli ABC, *angulus* A, *bifariam sectus sit: secans autem angulum recta* AD, *secet & basim* BC, *basis segmenta* BD, DC, *eandem habebunt rationem, quam reliqua trianguli latera* BA, AC, *& si basis segmenta* BD, DC, *eandem habeant rationem, quam reliqua trianguli latera* BA, AC, *recta* AD, *quæ à vertice* A, *ad sectionem* D, *producitur, bifariam secat trianguli ipsius angulum* A.

[a] 31.1. PRob. Ad punctũ B, [a] agatur BE, ipsi DA. parallela, cui

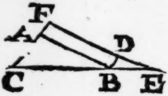
cui CA, producta [b] occurrat in E, tunc erit EBA, [c] æqualis alterno BAD, & E, externo DAC, ergo cum anguli BAD, CAD, æquales ponantur, erunt anguli EBA & A, æquales, & rectæ BA, AE [d] æquales. Ergo cum in triangulo EBC, rectæ DA, BE, parallelæ sint, ut EA, hoc est BA, ad AC, [e] ita BD, ad DC. Sit rursus ut BA, ad AC, sic BD, ad DC, ut autem BD, ad DC, ita [f] est EA, ad AC. [g] Ergo ut BA ad AC ita EA ad AC, [h] æquales, ergo BA, EA & [i] anguli ABE, & E. Cum ergo ABE, alterno BAD, æqualis sit & E, externo DAC erunt anguli BAD, DAC, æquales.

[b] 17 & 29. 1.
[c] 29. 1.
[d] 6. 1.
[e] 2. 6.
[f] 6. 2.
[g] 11. 5.
[h] 9. 5.
[i] 5. 1.

PRO-

PROPOSIT. IV.

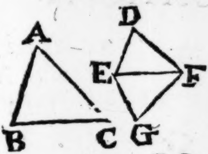
Th. 5.



Æquiangulorum triangulorum ACB, DBE, *proportionalia sunt latera* (hoc est ut AC, ad CB, ita DB, ad BE,) *quæ circa æquales angulos* C, *&* B, *& homologa sunt latera* BA, ED, *quæ æqualibus angulis* C, *&* B, *subtenduntur.*

PRob. Sic in directum statue rectas CB, BE, ut angulus extern. DBE, interno C, sit æqualis: tunc
[a] 28. 1. DB, & AC, [a] erunt parallelæ: similiterque ED, BA, cum anguli E, & ABC, sint æquales. Et quia
[b] 29. 1. anguli ACB, ABC, hoc [b] est DEB,
[c] 17. 1. minores sunt [c] duobus rectis, si producantur ED, CA, convenient,
[d] Ax. 11. [d] puta in F. [e] Eritque DA, parallelogrammum. Cum igitur in tri-
[e] 34. 1. angulo FCE, rectæ DB, FC, sint
[f] 2. 6. parallelæ [f] erit ut ED, ad DF, hoc est BA, ita EB, ad BC. Cumque BA, EF, sint item parallelæ, erit CB, ad BE, ut CA, ad AF, hoc est BD, & ut AB, ad BE, ita FD, hoc est AB, ad DE.

PROPOSITIO V.



Si duo triangula ABC, DEF, *latera* AB, BC, *proportionalia* (ipsis DE, EF) *habuerint, erunt æquiangula, eosdemque angulos,* DA, EB, CF, *habebunt æquales, quibus homologa latera subtenduntur.* Th. 5.

PRob. Super recta EF, ad punctū E, [a] ponatur angulus FEG, angulo B, æqualis & ad F, alius ipsi C, & consequenter reliquus G, reliquo A. [b] æqualis, sicque fiant triangula ABC, EFG, æquiangula: Tunc circa æquales angulos A, & G, [c] erunt proportionalia latera AB, ad AC, ut GE, ad GF, & AB, ad BC, ut GE, ad EF, & AC, ad CB, ut GF, ad FE, sed trianguli DEF, latera in eadem ratione supponuntur, æqualia [d] ergo erit DE, ipsi EG, & DF, ipsi FG, & triangula DEF, EFG, [e] æqualia, & [f] consequenter DEF, æquiangulum ipsi ABC.

[a] 23.1.
[b] 32.1.
[c] 4.6.
[d] 9.5.
[e] 8.1.
[f] Ax.1.

PRO-

PROPOSITIO VI.

Tb. 6. 

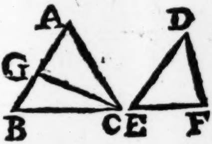
Si duo triangula ABC, DEF, *unum habeāt æqualem angulum* AD, *& latera circa cum proportionalia* (ut BA, ad AC ita ED ad DF) *erunt æquiangula, anguloſq; habebunt æquales* BE, CF, *quibus homologa latera* BA, ED, AC, DF, *ſubtenduntur.*

PRob. ad rectam EF, angulos FEG, EFG, fac æquales ipſis BC, erit & G, æqualis A, quia ergo æquiangula ſunt ABC, GEF, [a] erunt ut AB, ad AC, ita GE, ad GF, proportionalia, ſed ſunt etiam proportionalia AB, AC, & DE, DF, [b] ſunt ergo latera DE, DF, ipſis GE, GF, æqualia. Cumque baſis EF, ſit communis, triangula DEF, EFG, [c] æquiangula ſunt, [d] ergo etiam æquiangula ABC, DEF.

a 4. 6.
b 11. & 9. 5.
c 8. 1.
d Ax 1

PRO·

PROPOSITIO VII.



Si duo triangula ABC, DEF, *unum angulum* A, *uni angulo* D, *æqualem, circum autem alteros angulos* CF, *latera proportionalia habeant* (*ut* AC, *ad* CB, *ita* DF, *ad* FE) *reliquorum vero* B, *simul utramque, aut minorem, aut non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos* ACB, DEF, *circum quos sunt proportionalia latera, & angulos* B, *&* E, *æquales.* Th. 7.

PRob. Sit enim B, & E, minor recto, tunc si anguli ACB, & F, non sunt æquales, sit ACB major quam F, fiatq; ipsi F, æqualis ACG, cum igitur angulus A, angulo D, ponatur æqualis [a] erit & reliquus AGC, reliquo E, æqualis, ideoque triangula AGC, DEF, æquiangula erunt. [b] Ergo ut AC, ad CG, ita erit DF, ad FE, sed ut DF, ad FE, ita

a 32.1.

b 4.6.

ita poni-
tur AC,
ad CB,
c 11.5. ut [c] igi-
tur AC,
adCG, ita AC, ad CB, ac
d 6. 5. propterea [d] æquales CG, CB,
e 5. 1. & [e] arguli CBG, CGB æ-
quales ; cum igitur angulus
B, ſit recto minor, erit & C
GB, minor recto, & ei dein-
f 13.1. ceps AGC, [f] major recto Eſt
autem oſtenſus angulus AG
C, angulo E æqualis Major
igitur eſt recto angulus E,
qui minor ponebatur.

Jam ſit angulus B, & E,
recto non minor. probabitur
ut prius rectas CB, CG, eſſe
g 5. 1. æquales, & [g] conſequenter
angulos C B G, C G B, eſſe
æquales, & non minores duo-
h 17.1. bus rectis [h] quod eſt abſurdū.
Non ergo inæquales ſunt
anguli ACB, & F, ſed æqua-
les, & conſequenter reliqui
i 32.1. anguli B, & E, [i] æquales,
quod erat probandum.

PRO-

PROPOSITIO VIII.

Si in triangulo rectangulo BAC, ab angulo recto A, in basim BC, perpendicularis AD, ducta sit: quae ad perpendicularem triangula ADC, ADB, tum toti triangulo ABC, tum ipsa ADC, ADB, inter se sunt similia. Th. 8.

PRob. In triangulis ABC, BAD, anguli BAC, ADB recti sunt, & angulus B, communis, ergo [a] reliqui ACB, BAD, æquales. Ergo triangula ABC, ADB, [b] similia. Non aliter ostendetur ADC, simile ABC, & ADC, triangulo ADB. [a] 32.1. [b] 1.def.

Coroll. 1. *Perpendicularis ab angulo recto in basim, est media proportionalis inter duo basis segmenta.* [c] 4.6.

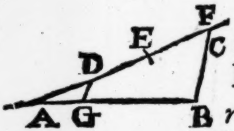
[c] Nam ut BD, ad DA, ita DA, ad DC, quod est rectam DA, esse mediam proportionalem inter basis partes BD, DC.

Cor. 2. Hinc etiam patet utrumlibet laterum angulum rectum ambientium, medium proportionale inter totam basim & illud segmentum basis quod ei lateri adjacet.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Prob. 1



A data recta AB, *imperatā partem, puta tertiam*, AG, *auferre*.

PRax. Ex A, ducatur recta AC, utcunq; faciens angulum, & ex AC, sumatur quævis pars, puta, AD, ac duæ aliæ addantur æquales DE, EF. jungatur FB, cui ex D, parallela fiat DG, eritque ablata AG, pars tertia ipsius AB.

Prob. in triangulo AFB, lateri BF, parallela est linea GD, [a] ergo erit ut FD, ad DA, ita BG, ad GA, & [b] componendo ut FA, ad DA, ita BA ad GA, Est autem AD, pars tertia ipsius AF. Ergo AG, erit pars tertia ipsius AB.

[a] 2. 6.
[b] 18. 5.

PRO-

PROPOSITIO X.

Datam rectam Prob. 1
insectam AB,
similiter seca-
re, ut data al-
tera recta AC,
secta fuerit in D, & E.

PRax. jungantur datæ lineæ in A, connectantur recta BC, & ex D, & E, agantur DF, EG, ipsi CB, parallelæ, & factum est quod petitur.

Prob. In triangulo ABC, ductæ sunt DF, EG, parallelæ lateri BC, [a] ergo ut AD, ad [a] 2. 6.
DE, ita AF, ad FG. Proportionales ergo sunt partes AF, FG, partibus AD, DE. Jam si ducatur DH, parallela ipsi AB, erit ut DE, ad EC, ita D I, ad IH, [b] hoc est FG, ad G [b] 34. 1.
B quare proportionales sunt partes FG, GB partibus DE, EC.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Prob.3

Datis duabus rectis AB, AC, *tertiam proportionalem* CE, *invenire.*

PRax. Ex datis AB, AC, fac angulum CAB junge utramque recta CB, produc latera AB, AC. sume ipsi AC, æqualem BD, duc DE, ipsi BC, parallelam. Recta CE, erit tertia proportionalis quæsita.

a 2.6. Prob. Rectæ BC, DE, sunt parallelæ: [a] ergo ut se habet AB, ad BD, ita AC, ad CE. Est autem BD ipsi AC, æ-

b 7.5. qualis: [b] ergo ut se habet AB, ad AC, ita BD, hoc est AC, ad CE, quod est CE, tertiam esse proportionalem,

PRO-

PROPOSITIO XII.

Tribus datis rectis AB,BC, AD, *quartam proportionalem* DE, *invenire*. Prob.4.

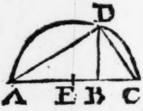
PRax. Ex datis, duas AC, BC, in directum colloca, ex reliqua AD, & totali AC fac angulum D A C, junge rectã BD, & fac ipsi parallelam CE, quarta DE, proportionalis erit.

Prob. CE,BD sunt parallelæ: [a] ergo ut se habet AB, ad BC, ita AD, ad DE. Ergo DE, quarta est proportionalis. [a] 2. 6.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

Prob. 5



Datis duabus rectis AB,BC, *mediam proportionalem* BD, *invenire.*

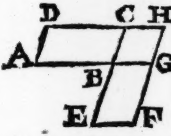
PRax. Colloca in directum AB, BC, super AC, duc semicirculum ADC. In B, excita perpendicularem BD, ad sectionem semicirculi, illa erit quæsita.

Prob. Ductis rectis AD. CD, [a] erit angulus, ADC, in semicirculo rectus, & à vertice D, ad basim AC, ducta perpendicularis DB, [b] facit ergo duo triangula æquiangula; [c] ergo proportionalia, ergo ut AB, ad BD ita BD, ad BC, est ergo BD, media proportionalis inter AB, BC.

[a] 31.3.
[b] 8.6.
[c] 4.6.

PRO-

PROPOSITIO XIV.



ᵃÆqualium Th. 9.
AB, BE, & *unum* ABC, *uni* EBG, *æqualem habẽtium angulum, parallelogramma reciproca sunt latera* AB, BG, EB, BC, *quæ circum æquales angulos: & quorum parallelogrammum unum angulum uni angulo, æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.*

PRob. Jungantur parallelogr. ad angulum æqualem B, ita ut AB & BG, jaceant in directum, [a] jacebunt & reliquæ EB, BC, perficiatur parallelogrammum BH, ergo ut FB, ad BH, ita [b] erit BD, ad BH, sed ut F B, ad BH, ita [c] est EB, ad BC, & ut DB, ad BH, ita AB, ad BG, Igitur ut EB, ad BC, [d] ita est AB, ad BG.

a 14. & 15. 1.
b 7. 5.
c 1. 6.
d 11. 5.

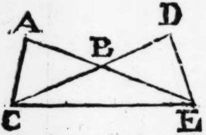
Prob. 2. pars. Ex hypoth EB, ad PC, est ut AB, ad BG, ergo [e] FB, ad BH, est ut DB, ad BH, [f] ergo parallelogramma æqualia sunt.

e 1. 6.
f 9. 5.

Prop.

PROPOSITIO XV.

Th.10.

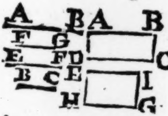


Æqualium AB, C, DBE, *& unum* B *uni* B, *æqualem habentium angulum, triangulorum, reciproca ſunt latera ut* AB, *ad* BE, *ita* DB, *ad* BC, *quæ circum æquales angulos* B, *& quorum triangulorum unum angulum uni, æqualem habentium, reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, illa ſunt æqualia.*

PRob. Sic junge triangula ad angulum æqualem B, ut AB,
a 7.5. BE. Jaceant in directum, ducta C E, [a] erit ut ABC, ad BCE, ita D,
b 1.6. BE, ad BCE, ſed ut ABC, ad BCE, ita AB, ad BE, & ut DBE, ad BCE, [b] ita BD, ad BC, pariterque demonſtratur ABC, DBE, eſſe æqualia, ſi ſit ut AB, ad BE, ita DB, ad BC. Nam cum ponatur ut AB, ad BE, ita DB, ad BC, & ut AB, ad BE, ita triangulum ABC, ad BCE, & ut DB, ad BC, ita DBE,
c 9.5. ad BCE, erit ut ABC, ad BCE, ita DBE. ad BCE, ergo triangula ABC, DBE [c] ſunt æqualia.

PRO-

PROPOSITIO XVI.



Si quatuor rectæ A F E B *proportionales fuerint: quod sub extremis* AB, BC, *comprehenditur rectangulum* AC. *æquale est ei, quod sub mediis* EF, FG, *comprehenditur, rectangulo* EG. *Et si sub extremis* AB, BC, *comprehensum rectangulum* AC. *æquale fuerit ei quod sub mediis* FG, EF, *continetur rectangulo* EG. *illæ quatuor rectæ proportionales sunt.* Th. 11.

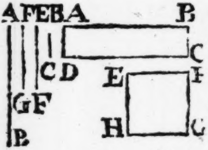
PRob. 1ª. pars. Anguli recti B, & I, sunt æquales, & ut se habet AB, ad IG, ita EI, ad BC, ergo latera circa æquales angulos B, & I, sunt reciproca, [a] ergo parallelogramma AC, EG, sunt æqualia. [a] 14.6

Prob. 2. Æqualia sunt rectangula AC, EG, & habent angulos æquales, nempe rectos B, & I, ergo [b] latera circa hos angulos erunt reciproca. [b] 14.6.

PRO-

PROPOSITIO XVII.

Th.12:

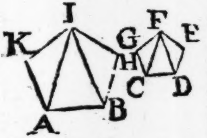


Si tres rectæ AFB, *sint proportionales : quod sub extremis* AB, BC, *comprehenditur rectangulum* AC, *æquale est ei, quod à media* F, *describitur quadrato* EG. *Et si sub extremis* AB, BC, *comprehensum rectangulum* AC, *æquale sit ei quod à media* F, *describitur quadrato* EG, *illæ tres rectæ proportionales erunt.*

PRob. 1ª pars. Sume rectam EF, æqualem ipsi FG, erunt quatuor rectæ AFEB, proportionales, eritque quadratum EG, compre-
ª 16.6. hensum sub mediis FG, EF, ª ergo rectangulum AC, æquale erit quadrato EG.

Prob. 2. Quadratum EG, mediæ EF, (vocemus parallelogrammum) rectangulo AC, sub externis AB, BC, æquale ponitur, & habent angulos æquales, ergo latera ut proxime dixi, circa hos angulos erunt reciproca.

PROPOSITIO XVIII.



Super data recta AB, *dato rectilineo* CDEFG, *simile, similiterque positum rectilineum* ABHIK, *describere.* Prob. 6

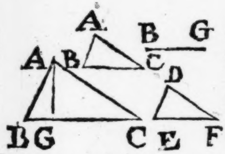
DAtum rectilineum resolve in triangula, ductis rectis puta CF, DF, ad punctum A, [a] fiat angulus IAB, æqualis ipsi FCD, & ipsi FDC, æqualis IBA, & [b] consequenter reliquus reliquo: Æquiangula ergo erunt triangula FCD, IAB, & similia [c] & ut CF, ad AI, ita CD, ad AB, Ad rectam AI, fac similiter triangulum IKA, æquiangulum triangulo FGC, & quia anguli BAI, IAK æquales sunt angulis DCF, FCG, totale KAB, GCD, æquales erunt, & latera proportionalia: Idemq; repetendum, donec omnia triangula eodem ordine quo jacent absolvantur, sicque totum rectilineum toti rectilineo [d] simile erit, & super datam AB, similiter descriptum.

[a] 32.1. [b] 32.1. [c] 4.6. [d] 1 *def.* 6

N Prop.

PROPOSITIO XIX.

Th. 13.



Similia triãgula AB C, DE F, *inter se sunt in duplicata ratione laterum homologorum.*

QUando triangula sunt æqualia, hoc est quando BC, EF, nec non tertia proportionalis BG, sunt æquales, res est manifesta.

Quando vero latera BC, EF, sunt inæqualia, demonstratur hoc modo. Sit BC, latus, latere EF, majus, & ex B
a 11.6. C. abscindatur [a] rectis B C, EF, tertia proportionalis BG ducaturque recta AG. Quia igitur angulus B, est æqualis E, & propter similitudinem

nem triangulorum, ut AB, ad BC, ita DE, ad EF, & permutando ut AB, ad DE, ita BC, ad EF, hoc est EF, ad BG, erunt circa angulos æquales B, E, latera reciprocè proportionalia. Quare per 14. triangula ABC, DEF, erunt æqualia; & per 7. quinti, ut triangulum ABC, ad ABG, ita erit idem triangulum ABC, ad DEF, ut autem ABC, ad ABG, ita est per 1. hujus BC, ad BG. Ergo ABC, ad DEF, erit ut BC, ad BG.

Corollarium. Si tres lineæ fuerint proportionales, ut prima ad tertiam, ita triangulum super primam ad simile triangulũ super secundam.

PROPOSITIO XX.

Th.14.

Similia poligona in similia triangula dividuntur, & numero æqualia & totis homologa: & polygona duplicatam habent eam inter se rationem, quā latus homologum ad homologum latus.

SInt polygona similia ABHIK, CDEFG, habentia angulos æquales K, G. Itemq; I, F, & sic deinceps, & latera proportionalia circa angulos æquales, puta ut AB, ad BH, ita CD, ad DE, &c.

Dico. Illa dividi in triangula similia & numero æqualia. Prob. ab angulis I, & F, duc rectas ad angulos oppositos AB, CD, divisa erunt illa polygona in triangula numero æqualia. Quod etiam in similia.

Prob. Anguli K, & G, sunt æquales, & circa ipsos latera sunt proportionalia, ᵃ ergo æquiangula sunt triangula IKA, FGC, ergo similia. Eadem ratione erunt similia

a 6.6.

milia triangula IHB, FED, Et [b] — b 4.6.
quia eſt ut IB, ad BH, ita FD, ad
DE, ut autem HB, ad BA, ita E
D, ponitur ad DC, [c] erit ex æquo — c 22.5.
ut IB, ad BA, ita FD, ad DC, &
quoniam angulus HBA, ipſi ED
C, eſt æqualis & ablatus H B I,
ablato EDF, erunt reliqui IAB, F
DC, æquales. [d] Ergo triangula IB — d 6.6.
A, FDC, æquiangula erunt & ſimilia, eademq; ratio de omnibus.

Dico 2. quod ſicut unum triangulum ad triangulum ſibi reſpondens alterius polygoni : ita eſſe polygona tota inter ſe.

Prob. Quia omnia triangula ſunt ſimilia ſingulis, [e] ergo ſunt in duplicata ratione laterum homologorum ; cumque ſingula ſingulis probata ſint proportionalia, ſicut in triangulo unius ſint omnia antecedentia , in alio conſequentia proportionum [f] ut unum antecedens eſt ad unum conſequens, ita omnia ad omnia. Eſt ergo polygonum ad polygonum ut triangulum ad triangulum, ergo ea triangula ſunt totis homologa, & quia triangula ſunt in duplicata ratione laterum homologorum, erunt & polygona in eadem ratione duplicata laterum homologorum puta AB, CD.

e 19.6.

f 12.5.

PROPOSITIO XXI.

Th. 15. 

Quæ cidem recti-lineo GHI, *sunt similia* ABC, DEF, *& inter se sunt similia.*

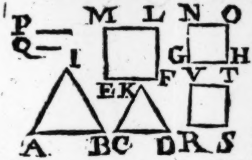
PRob. Anguli A, & D, ponuntur æquales uni G, ergo & inter se, eodemque modo singuli singulis: [a] latera etiam circa eos ponuntur proportionalia, quia lateribus ejusdem tertii sunt proportionalia, ergo cum habeant angulos æquales & latera circa eos proportionalia, [b] sunt similia.

[a] 11.5.

[b] 1. def. 6.

PRO-

PROPOSITIO XXII.



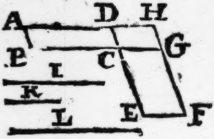
Si quatuor rectæ AB, CD, EF, GH, proportionales fuerint: & ab iis rectilinea similia similiterque descripta ABI, CDK, *&* MF, HN. *proportionalia erunt. Et si à rectis lineis, similia, similiterque descripta rectilinea proportionalia fuerint, ipsæ rectæ proportionales erunt.* Th. 16.

PRob. [a] Sumatur ipsarum AB, & CD, tertia proportionalis P, & ipsarum EF, & GH, tertia Q, [b] erit ut AB, ad P, ita triangulum IAB, ad triangulum KCD, id est in ratione duplicata, & ut EF, ad Q, ita MF, ad NH, sed ut AB, ad CD, ita EF, ad GH, & ut CD, ad P, ita GH, ad Q. [c] Ergo ex æquo ut AB, ad P, ita EF, ad Q, [d] ergo ut ABI, ad CDK, ita MF, ad NH. Item vero si figuræ proportionales & similes similiterque positæ sint, & rectæ super quas positæ sunt proportionales erunt: nam ratio unius figuræ ad alteram [e] est rectæ ad rectam duplicata, [f] ergo ratio laterum eadem erit, nempe ut AB, ad CD, ita EF, ad GA, ergo illarum latera proportionalia sunt.

[a] 11.16
[b] 19.6.
[c] 22.5.
[d] 11.5.
[e] 19. & 20.6.
[f] 7.5.

PROPOSITIO XXIII.

Th. 17.



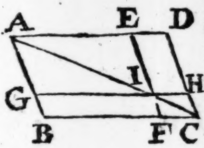
Æquiãgula FC *parallelogramma* AC, CF, *inter se rationem habent eam, quæ ex lateribus componitur* BC, *ad* CG, *&* EC, *ad* CD,

SInt parallelogramma AC, CF, habentia angulos ad C, æquales & ita diſpoſita ut DC, ipſi CE, & BC, ipſi CG, [a] jaceãt in directum, compleaturq; parallelogrammum CH. [b] Cum ergo ſit ut AC, ad CH, ita BC, ad CG, & ut CH ad CF, ita DC, ad CE, ratio enim AC, ad CF, [c] componitur ex intermediis AC, ad CH, & CH, ad CF, componetur quoq; eadẽ ratio AC, ad CF ex rationibus BC ad CG, & DC, ad CE, quæ illis intermediis ſunt æquales

[a] *Per conversam* 15. 1.
[b] 1. 6.
[c] *def.* 5

PRO-

PROPOSIT. XXIV.



In omni parallelogram. BD, quæ circa diametrum AC, sunt parallelogramma GE, FH, & toti DB, & inter se sunt similia. Th. 18.

PArallelogrammum G E, habet angulum A, communem cum toto: angulus externus A E I, æqualis est interno ADC, similiterque angulus A G I, angulo A B C, & angulus EIG, angulo EFB, & angulus IFB, angulo FCH, ergo parallelogramma GE, FH, & toti & inter se sunt æquiangula. Quod autem latera circa æquales angulos sint etiam proportionalia sic probo. [a] Triangula AGI, ABC, [a] 29.1.
sunt æquiangula similiterque triangula AEI, ADC, erit [b] ergo ut [b] 4.6.
AB, ad BC, ita AG, ad GI, & ut BC, ad CA, ita GI, ad IA, item ut CA, ad CD, ita IA, ad IE. [c] Ergo ex æquo ut BC, ad [c] 22.5.
DC, ita est GI, ad IF, ad IE, ergo latera circa æquales angulos BCD, GIE, sunt proportionalia. Idemque demonstrabitur de lateribus circa alios angulos & de parallelogrammo FH, ergo similia.

Prop.

PROPOSIT. XXV.

Prob. 7

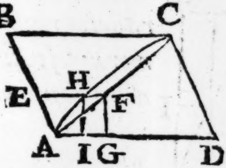
Dato rectilineo A simile, similiterq; positum, & alteri dato B, æquale, L, constituere.

PRax. Ad dati rectili-
a 45.1. nei A, latus CD, [a] fiat rectangulum CF, æquale ipsi A, Producatur CD versus G super DE, in angulo EDG, fiat
b 44.1. rectangulum DH, [b] æquale
c 13.6. ipsi B, [c] fiat inter CD, DG, media proportionalis IK, su-
d 18.6. per quam fiat [d] rectilineũ L, simile ipsi A, similiterq; positũ eritq; rectilineum L æquale dato B, & simile ipsi A.

Prob rectæ CD, IK, DG,
e Ex. const. [e] sunt proportionales: [f] ergo
erit ut prima CD, ad tertiam
f 19. & 20.6. DG, ita rectilineum super primam, id est A, ad rectilineũ super secundam, id est L,
g 1.6. sed ut CD ad DG, [g] ita paral. CE, hoc est A, ad DH,
1.6. hoc est B, [h] ergo erit ut A, ad
h 11.5. B ita A, ad L, [i] Ideoq; recti-
i 9.5. linea B, & L, erunt æqualia.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.



Si à paral- Th. 18.
lelogr.
B D,
paral-
lelogrammum EG, *abla-*
tum sit, & simile toti, &
similiter positum, commu-
nem cum eo habens angu-
lum EAG, *hoc circa ean-*
dem cum toto diametrum
AC, *consistet.*

SI neges: Sit alia AHC, agatur ex H, recta HI, parallela FG, tunc parallelogramma BD EI, circa eandē diametrum AHC, [a] erunt similia: [b] quare erit ut BA, ad AD, ita EA, ad AI. Sed ut BA, ad AD, ita est EA, ad AG, cum BD, EG, ponantur similia. [c] Igitur erit ut EA, ad AI, ita EA, ad AG. [d] Ac propterea æquales AI, AG, pars & totum. Prop.

a 24 6.
b 1. def. 6.
c 11 5.
d 9. 5.

PROPOSITIO XXVII.

Tb. 19.

Omnium parallelogrammorum secũdum eandem rectam applicatorum deficiẽtiumque figuris parallelogrãmis similibus, similiterque positis, ei quod à dimidia describitur: maximum id est, quod ad dimidiã applicatur parallelogrammum simile existens defectui.

Super AC, semissem totius AB, applicatũ sit parallelogrammum AD, ita ut à toto AE, deficiat parallelogrammo CE, quod semper est æquale est [a] simile ipsi AD. Deinde

Deinde ad quodvis aliud segmentum AK, sit applicatum aliud parallelogrammũ AG, ita deficiens, ut defectus sit parallelogrammum KI, simile ipsi CE, hoc est circa communem diametrum BGD. Euclides dicit AG, minus esse parallelogrammo AD, & probatur,

1. Quando punctum K, est inter CB, tunc parallelogrãmum IH, quod est [a] æquale ipsi LE, majus est quam GC, quia LE, majus est quã GE, & GE, GC, sunt [b] æqualia. Addito ergo LA, erit AD, majus quam AG.

[a] 36.1.

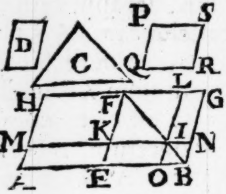
[b] 43.1.

Quando verò punctum K, est inter AC, tunc DF, DI, sunt æqualia, quia sunt super æquales bases & DI, DK sunt æqualia complementa, ergo & DF, DK, sunt æqualia, & GH, minus DK, adjectoque communi KH, totum AG, minus toto AD.

PRO-

PROPOSITIO XXVIII.

Prob. 8



Ad datã rectã AB, *dato rectilineo* C, *æquale parallelogrammũ* AI, *applicare: deficiente figura parallelogrãma* ON, *quæ similis sit alteri parallelogrammo dato* D. *Oportet autẽ datum rectilineum* C, *cui æquale applicandum est* AI, *non majus esse eo, quod ad dimidiam* AE, *applicatur cùm similes fuerint defectus. & ejus quod ad dimidiam applicatur, & ejus cui simile deesse debet.*

[a] 18.6. RECtã AB, ut prius bis secã in E, super mediã FB, fac parallelogrammũ EG [a] simile ipsi D, similiterq; positum: & comple parallelogrãmũ BH, si EH, ipsi C, est æquale, factum est quod petitur, nam est applicatũ ad AB, & deficit parallelogrãmo EG, simili ipsi

[b] 36.1. D. Si EH, & ipsi æquale [b] EG sit majus quã C; (nam minus

[c] 27.6. esse non debet cum EH, sit [c] maximũ eorum quæ applicari

possunt

possunt ab AB, unde si esset EG minus ipso C, nullū aliud applicari posset ab AB ipsi C, æquale, propterea; addit Euclides oportet autem, &c. si inquam sit majus, [d] reperta quātitate excessus, [e] facto parallelogrammo PR, æquale excessui & simile similiterq; positum ipsi D, & parallelogrammo PR, aliud æquale similiter positum CL, [f] quod erit circa diametrum, sicque remanebit gnomon LBK, æquale rectilineo C. Jam productis LI, KI, erit parallelogrammum AI, ad rectam AB, applicatum & deficiens parallelogrammo ON [g] simili ipsi EG, hoc est ipsi D. Quod autem AI, sit æquale ipsi C, sic probo, Complementa LN, KO, [h] sunt æqualia, ergo addito communi NO, erit OG, æquale ipsi EN, [h] hoc est AK, Ergo si æqualibus AK, OG, addas commune KO, erit AI. æquale gnomoni LBK, hoc est rectilineo C, ut probavi.

[d] 44.1. *aut arte quacunque* 25.6.

[f] 44.1.

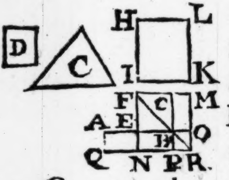
[g] 24.1.

[h] 43.1.

Pro-

PROPOSITIO XXIX.

Prob. 9



Ad datam rectam AB, *dato rectilineo* C, *æquale parallelogrammum applicare, excedens rectam datam* AB *figura parallelogramma* PO, *quæ sit similis dato alteri parallelogrammo* D.

Super rectam EB, mediam datæ AB [a] fiat parallelogrammum ED, simile ipsi D, similiterque positum: tum rectilineo C, & parallelogrammo EC, fiat [b] æquale aliud parallelogrammum NM, simile ipsi D, habeatque angulum EFC, cum parallelogrãmo E C. Completis igitur paral-

[a] 18. 6.

[b] 25. 6.

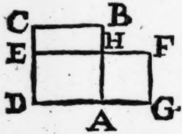
parallelogrammis QE, NB, PO, cum NM, sit positum æquale ipsis EC, & D, ablato communi EC, gnomon ERC, ipsi C, erit æqualis. Et quia æqualia [c] sunt QE, NB, & æqualis [d] NB, BM, si loco ipsius BM, substituatur æquale QE, erit parallelogrammum AR, æquale gnomoni ERC, ideoque etiam rectilineo C. Quare ad rectam AB, applicatum est parallelogram. AR, æquale dato rectilineo C excedens rectam AB, figura parallelogramma PO, quæ similis est dato parallelogrammo D, cum sit circa eandem diametrum cum ipsi EC. quod positum est simile ipsi D. Ad datam ergo, &c.

c 36.1.
d 43.1.

PRO-

PROPOSITIO XXX.

Pr.30.

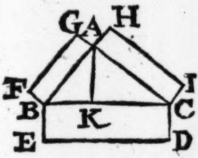


Proposi tam rectā terminatā AB, *extrema ac media ratione secare in* H.

[a] 11.2. DIvidatur [a] AB, in H, ita ut rectangulum CH, sub tota AB, & segmento BH, sit æquale quadrato AF, alterius segmenti AH, tunc enim
[b] 17.6. tres rectæ proportionales [b] erunt. & erit ut tota BA, ad AH, ita AH, ad HB. Ergo
[c] 3 def. AB, secta est in H, [c] secundum extremam & mediam rationem.

PRO-

PROPOSITIO XXXI.



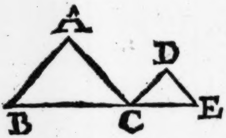
In triangulis rectangulis ABC, *figura quævis* BD, *descripta à subtendente* BC *rectum angulum* BAC, *æqualis est figuris* FA, AI, *quæ priori illi similes & similiter positæ à lateribus* BA, CA, *rectum angulum continentibus, describitur.* Tb.29.

POlygonæ figuræ FA, AI, BD, ponuntur similes [a] ergo sunt in ea laterum homologorum duplicata ratione in qua essent eorundem laterum quadrata. Ergo cum quadrata BA, AC, [b] habeant rationem æqualitatis cum tertio BC, habebunt & polygona FA, AI, rationē æqualitatis cum tertio BD, [c] ergo eidem erunt æqualia.

[a] 20.6. [b] 17.1. [c] 9.5.

PRO-

PROPOSITIO XXXII.

Tb.21. 

Si duo triangula ABC, DCE, *quæ duo latera* AB, AC, *duobus lateribus* CD, DE, *proportionalia habeant, secundum unum angulum* ACD, *composita fuerint, ita ut homologa eorum latera* AB, DC, AC, DE, *sint etiam parallela, tum reliqua illorum triangulorum latera* BC, CE, *in rectam lineam* BE, *collocata reperientur.*

PRob. Latera homologa AB, DC [c] AC, DE, ponuntur parallela, [a] ergo anguli alterni A, & ACD, sunt æquales & D, eidem ACD, ergo A, & D, æquales. Hos

a 29.1.

æquales

æquales angulos circumstant latera proportionalia ex hypoth. [b] ergo triangula sunt æquiangula habentque æquales angulos B, & DCE, additis ergo æqualibus A, & ACD, erunt B, & A duobus angulis DCE, ACD, hoc est angulo ACE, æquales. Ergo addito communi ACB, erunt tres anguli ABC duobus ACE, ACB, æquales, [c] illi autem tres valent duos rectos, ergo & hi duo. Ergo [d] BC, CE unam rectam constituunt.

[b] *6.6.*
[c] 32.1.
[d] 14.1.

PRO-

PROPOSITIO XXXIII.

Th. 22. *In æqualibus circulis* DB, HF, *anguli* A, E, D, H, *eandem habent rationem, cum ipsis peripheriis* B C, F G, *quibus insistunt: sive ad centra* D, H, *sive ad peripherias* A, E, *constituti insistant: insuper vero & sectores* B DC, FHG, *quippe qui ad centra insistunt.*

a 1.4. PRob. Ductis BC, FG, ad C, [a] applica CI, æqualem ipsi BC, & ad G, & K, GK, K L, æquales singulas ipsi F G, ductis ID, DH, LH, sic dico, rectæ BC, CI, ponuntur

tur æquales, [b] ergo & arcus [b] 28.3.
BC, CI [c] ergo & anguli BDC, [c] 27.3.
CDI æquales. Idemque est de
arcubus FG, GK, KL, & angulis ad H, qui ipsis insistunt.
Ergo quam multiplex est arcus BCI, ipsius BC, tam multiplex erit angulus BDI, ipsius
BDC, & quam multiplex arcus FGKL, ipsius FG, tam
multiplex erit angulus FHL,
ipsius FHG, [d] ergo si arcus [d] 27.3.
BCI, FGKI, sint æquales,
erunt & anguli BDI, FHL,
æquales si eorum arcuũ unus
sit major, major erit & angulus, si minor, minor. [e] ergo [e] 6.
cum æquemultiplicia vel una def. 5.
excedant, vel una deficiant,
quæ erit ratio arcus BC, ad
FG, eadem erit anguli BDC,
ad FHG. Et quia anguli ad
D, & H, sunt [f] dupli angulo- [f] 20.3.
rum ad A, & E, [g] eadem erit [g] 15.5.
ratio angulorum A, & E, quæ
D, ad H, & sic eadem anguli
A, ad angulum E, quæ arcus
BC, ad arcum FG.

Rursus in æqualibus segmen-

h 27.3. tis B C, C I, si fiant anguli B MC, CNI, [h] æquales erunt, cum insistant æqualibus arcubus BAC, C B AI ergo; similia sunt segmenta BMC, CNI, & æqualia, cum sint super æquales BC, CI, additis ergo triangulis BDC, C DI, quæ æqualia sunt, erunt sectorum BDC, CDI, æquales. Ergo tam multiplex est sector B D I, sectoris BDC, quam multiplex arcus BCI, arcus BMC. Idem ostendetur de sectore FHL. Ergo si æqualis sit arcus BCI, arcui F G L, sector quoque BDI, æqualis erit sectori FHI, si deficiet, si excedat, excedet. Ergo quæ est ratio arcus BC, ad arcum FG, eadem erit & sectoris BDC, ad sectorem FHG, quod erat prob.

i 24.3.

Laus Deo, B. V. & S. Ignat

ELEMENTA ASTRONOMICA.

Ubi Theodosii Tripolitæ Sphæricorum libri tres, cum universâ triangulorum resolutione, novâ, succinctâ & facilimâ arte demonstrantur.

Ad illustriss. virum. D. D.

CLAUDIUM BAZIN,

Regi à sacris sanctioribusque Consiliis, & in magno supremoque Consilio Patrono Regio Cathotlico, Equiti Domino de Besonts.

Authore *Johanne Baptista Duhamel*, in Academia Parisiensi Matheseos Professore Regio.

CANTABRIGIÆ,

Excudebat *J. Field*, impensis *Edvardi Story*, apud quem prostant venales *MDCLXV*.

i
li
i
la
gi

ILLVSTRISSIMO
NOBILISSIMOQ;
Viro Domo. D.
CLAVDIO BAZIN,

Regi à ſecretioribus ſanctioribuſque Conſiliis, & in magno ſupremoque Conſilio Patrono Regio: Catholico, Equiti, Domino de Beſonts.

NOn me, Vir Illuſtriſſime, pruritus, quo ſæculi noſtri ingenia agitantur, impulit ad ſcribendum; non illa gloriolæ aucupatio quã laborum mercedem & vigiliarum præmium fingunt

 ſibi,

ſibi, etiam qui modeſtiſſimè de ſe ſentiunt. Quippè ferè apud nos hodiè hæc ars ſcribendi inter viliſſimas cenſetur. Nec facilè dixerim an temporum an ſcriptorum vitio; nam ita vivitur ut quamplurimi ex mole operum & ex voluminum numero ingenium metiantur, nec apud eos magni nominis habeantur, niſi qui centum Typographorum manus laſſare poſſit, ac ſerio conari videntur, ne quiſquam cum iis de multum & peſſimè dicendi gloria certare poſſit: & quod triſtius, in pleriſque genius non deſideratur. Cura, labor, induſtria, quia ex celeritate laudem quæſivere omninò defuit. Nec pluteum cædit nec demorſos

demorſos ſapit ungues. Et forſitan non mihi ſecus poſſit quis immaturos fructus exprobrare quam ego aliis: quippè hac ſcientia quaſi œſtro raptus puer, ipſe me imbui, vix pubes docui, ſcribo nondum Adoleſcens: ſed ſanè in hac lucubratione animi contentionem, quod unum potui, maximam attuli, nec aliorum ſcripta expilavi, ſed novo genere demonſtrandi ſcientiæ difficillimæ dogmata quantum in me fuit reſcravi: ac id tentavi efficere, ut quæ non niſi iis, qui in arte noſtra adoleverant, ante paterent, fierent tandem tyronum elementa, verbo dicam, ſub tuo nomine non prodirent, ſi quid melius potuiſſem, quidquid

id est si probaveris, quod unum quæsivi sum consecutus, placui acerrimo viri supra fidem ingeniosi judicio. Dicam enim quod quotidiè audio & animi dotes quæ singulæ hominem insigniunt, in te videntur confluxisse universæ, capacissima mens cui inter tot tantaq; negotia ne puncta quidem temporum elabuntur, vis ingenii quà abditissima & penè cymmerianis obducta tenebris ludens eruis.

Illa judicii bonitas quam in canis miremur, & quæ omnia condit morum suavissima benignitas: & hæc gratiora mihi occurrunt quod tanto viro scio fratrem debere quamplurimum: nec debere invitum,

tum, & enim præter ea quæ alii in te diligunt, amat beneficia tua quæ non conciliavere quæcunq; in cæteris hominibus movere ſolent, aut affinitatis neceſſitas, aut potentiorum commendatio, aut utilitatis ratio, ſed ſola honeſtas, ſola bene faciendi cupiditas, ſola quæ tua tota eſt ſingularis humanitas à qua ut æquo animo hunc primum ingenii mei partum accipias, expectamus, Vale.

Tibi addictiſſimus
I.B.D. Hamel.

ELEMENTORUM ASTRONOMICORUM LIBER PRIMUS.

DE ELEMENTIS Sphæricis.

Theodosii Tripolitæ Elementa Sphærica.

DEFINITIONES.

PRima. Sphæra est ſolidum una ſuperficie contentum, in cujus medio punctum eſt, à quo omnes rectæ lineæ ductæ ad ſuperficiem ambientem ſunt æquales.

Euclides lib. 11. definitione 12. Sphæram ſic deſcribit. Sphæra eſt quando ſemicirculi manente

nente diametro circumductus ſemicirculus in ſeipſum rurſus revolvitur, unde incipit circum aſſumpta figura.

Secunda, Polus ſphæræ eſt punctum in ſuperficie Sphæræ immobile circa quod volvi concipitur Sphæra.

Tertia, Polus circuli eſt punctum in ſuperficie Sphæræ à quo prædictus circulus deſcribitur, ſicut circulus à ſuo centro. Unde patet quod omnes lineæ ductæ à polo circuli ad illius circumferentiam ſunt æquales.

Quarta, Axis Sphæræ eſt linea tranſiens per centrum Sphæræ, applicans extremitates ſuas ex utraque parte in ſuperficie

Sphæræ,

Sphæræ, circa quam volvitur sphæra. Unde patet quod illius termini sunt poli Sphæræ circa quos verti concipitur Sphæra.

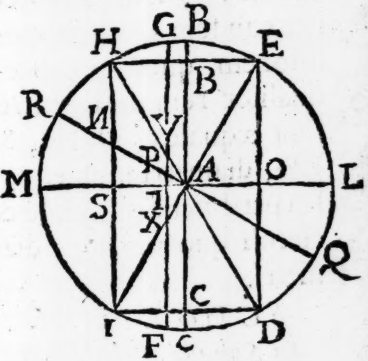
LEMMA.

Ex Eucl. manifestum est quod sicut ex punctis linea componi concipitur, sic ex lineis superficies, & ex superficiebus solidum. Unde ut linea ad superficiem sic superficies ad solidum: quare si pro solido superficiem, seu pro sphæra circulum & pro superficie lineam, seu pro circulo illius diametrum intelligamus, minime decipiemur. Sit ergo circulus M B L. sphæram repræsentans diametri circulorum ex quibus componitur BC CF, HI, & ML.

The-

THEOREMATA.

PRIMVM.



DIco primo quod circuli, qui tranſeunt per centrum ſphæræ ut M L, & B C, ſunt maximi, nam BC, diameter major eſt GF. diametro circuli GF, non tranſeuntis per centrum Sphæræ per 15. tertii

tertii Eucl. patet etiam per eandem, quod circuli propiores centro majores ſunt remotioribus, ut G F, major eſt HI, diametro circuli HI, denique patet per eandem Eucl. propoſitionem, quod circuli æqualiter remoti à centro ſunt æquales, ut HI, & ED, diametri ſunt æquales per Euclidem, unde & circuli quorum ſunt diametri.

SCHOLIUM.

In Sphæra cœleſti æquator, qui tranſit per centrũ Sphæræ, major eſt tropico non tranſeunte, & tropicus major eſt circulo polari remotiore à centro Sphæræ: duo verò tropici æqualiter à centro remoti ſunt æquales.

SE-

SECUNDUM.

Circuli qui transeunt per centrum Sphæræ, ut BC, & M, L, se intersecant bifariam; Cum enim ambo transeant per centrum Sphæræ, se in puncto communi, scilicet centro Sphæræ secabunt, unde æqualiter : deinde BC, & ML, horum diametri se dividunt æqualiter: ergo & ipsi circuli quos diametri secant bifariam. Th. 11. l. 1.

Sic ostendemus quod circulus qui transit per centrum Sphæræ, cum illam in ipso centro communi puncto dividat, secare Sphæram æqualiter, sicut diameter ML, secat circulum MBL, bifariam.

Tb.12. l. 1. Patet quod circuli qui ſe, dividunt bifariam ſunt maximi, ſoli enim diametri circulos dividunt bifariam.

TERTIUM.

Tb.14. l. 1. SI circulus Sphæræ maximus ſecet minorem æqualiter, ſecabit illum ad angulos rectos, ut M L, maximus circulus ſecans minorem H, I, bifariam ſecat ad angulos rectos per tertiam tertii Tb.13. l. 1. Patern 22. à 23. l. 1. Euclidis & per eandem ſi ML, ſecet HI, ad angulos rectos ſecabit illum bifariam.

QUARTUM.

Tb.16. l. 1. DIſtantia poli circuli ab illius circumferentia eſt quarta pars cir-

circumferentiæ ejusdem circuli. Sint enim puncta B, & C, poli circuli ML, dico quod B, M, est quadrans circumferentiæ maximi circuli M, B, L, quia B, M, C, est semicirculus, ex præmissis definitionibus, & per definitionem poli circuli B M, est æqualis MC, ergo cum B, MC, sit semicirculus B, M, illius medietas erit quadrans circuli.

SCHOLIUM.

Distantia poli æquatoris, ab ipso æquatore est quarta pars meridiani circuli Sphæræ maximi.

QUINTUM.

MAximi in Sphæra circuli se dividentes ad angulos rectos transeunt mutuo per polos:

los: ut duo circuli M, L, & B, C, ſe interſecantes orthogonaliter, dico quod M, eſt polus circuli B, C, & B, polus circuli M, L, patet; nam demonſtrabimus omnes arcus interceptos inter punctum M, ut M, B, eſſe quadrantes circuli, cum anguli ad A, ſint recti: quare per præmiſſum theorema & poli definitionem M, erit polus circuli B C, & ſic oſtendetur B, eſſe polus circuli M, L, patet quod è converſo, ſi tranſeant mutuo per polos, ſe divident orthogonaliter: nam ſi M, ſit polus circuli B C, erit arcus MB, quadrans circuli, ac proinde angulus ad A, quem menſurat rectus.

SCHOLIUM.

Horizon & meridianus transeunt mutuò per polos & se dividunt orthogonaliter, sicut coluri & æquator.

SEXTUM.

SI circulus Sphæræ maximus minorem secet bifariam, aut orthogonaliter, transibit per illius polos: v. g. circulus M, L, secans circulum H, I, bifariam, ac proinde orthogonaliter per tertium, transibit per punctum M, quod dico esse polum circuli H I, quod patet: nam linea ML, æqualiter dividens chordam, seu lineam HI, arcum quoque H, I, æqualiter dividet per Euclidem; unde cum arcus M H, & M I, sint æquales

Residuum. 13. & 14. 1. Th.

æquales per definitionis poli conversionem, M, erit polus H, I, circuli; eodem enim modo demonstrabimus omnes arcus interceptos, inter punctum M, & circulum H, I, esse æquales.

SCHOLIUM.

Coluri transeunt per polos tropicorum & illos dividunt bifariam, & ad angulos rectos.

Ex quo patet quod circuli in Sphæra habentes eosdem polos sunt paralleli v. g. si H, I, & B, C, circuli habeant eundem polum M. erunt æquidistantes: nam ex definitione poli M, H, & M, I, æquales sunt unde si tollantur ab æqualibus MB, & M, C, H, B, & I, C, remanentes

nentes erunt æquales, & ſic oſtendemus omnes arcus interceptos eſſe æquales, quare H, I, & B, C, æqualiter diſtabunt: patet etiam quod è contra, ſi ſint paralleli habebunt eoſdem polos: nam ſi M, ſit polus circuli B, C, erunt M, B, & M, C, æquales: cumque ſupponantur æquidiſtantes circuli, ac proinde arcus H, B, & I, C, æquales, qui ſublati ab æqualibus M, B, & M, C, remanebunt M, H, & M, I, æquales: unde ut ſupra M, erit polus circuli H, I. Cor. 2. Th. 1. 1 2.

SCHOLIUM.

Tropici & polares circuli ſunt paralleli & ab iiſdem polis deſcribuntur.

SEP-

SEPTIMUM.

Th. 15. SI circulus maximus, ut M, L, transseat per polos M, & L, minoris circuli, H, I, illum ad angulos rectos & bifariam secabit: nam cum M, H, & M, I, sint æquales, per Euclidem, quod patet in demonstratione 30. tertii & per tertiam ejusdem libri, anguli ad S. recti & æquales.

Th. 7. 8, 9, & 10. l. 1. Ex quo patet quod linea à centro Sphæræ, ut A. S. per centrum circuli ut H, I, ducta dividit circulum æqualiter, & proinde transit per illius polum M, & è contra si transseat per illius polos, transibit per centrum, & dividet circulum æqualiter, ut demonstratum est.

Octavum.

OCTAVUM.

SI circulus Sphæræ maximus tangat minorem, tanget alterum illi æqualem & parallelum. *Tb. 6. 7. l. 2.* Sic circulus maximus H D, tangens minorem HI, in puncto H, dico quod circulus D, E, quem tangit in puncto D, eſt æqualis & parallelus circulo H, I, nam arcus H,B eſt æqualis: arcui CD, quia duo anguli oppoſiti ſunt æquales: quare duo anguli HD, alterni erunt æquales quippe triangula H, B, A, & A, C, D, rectangula habent angulos æquales; unde per 27. 1. Euclidis lineæ HI, & E, D, ſunt parallelæ, ergo B, E, & C, D, ſunt æquales, cum ſit BC, æquedi- *Ex hujus &*

ſtans

primi, dem. patent 17, & 18. l. Th. 2.

ſtans H, I, quare & æquediſtans ED, cum vero H, B, & C, D, ſint æquales, erunt H, B, & B, E, æquales, quare circuli H, I, & E, D, æqualiter à centro ſeu maximo circulo B, C, remoti erunt per primum Theorema æquales.

Ex quo patet quod ſi circulus Sphæræ maximus ad alterum maximum inclinetur ut BD, ad circulum H C, tangit duos illius parallelos & æquales ut H, I, & E, D, quod jam demonſtratum eſt.

SCHOLIUM.

Zodiachus ad æquatorem obliquus tangit duos tropi-

co

cos æquales & parallelos æquatori.

NONUM.

SI ſint in Sphæra circuli paralleli ut H, E, M, I, & I, D, per quorum polos tranſeant maximi circuli ut B, C, arcus parallelorum intercepti ut H, B, M, A, & I, C, ſunt ſimiles, quod patet, quia B, C, tranſiens per illorum polos dividit illos æqualiter: unde H, B, M, A, & I, C, ſunt ſemicirculi, & ideo ſimiles, arcus vero maximi circuli intercepti ſunt æquales, ut B, A, eſt æqualis parti circuli B, C, ex altera parte interceptæ. Quod patet propter æquidiſtantiam circulorum H, E,

E, & M, L, ex qualibet parte.

SCHOLIUM.

Coluri intercipiunt arcus ſimiles de tropicis & circulis polaribus & partes colurorum interceptæ ſunt æquales.

DECIMUM.

SI circulus maximus ſecet parallelos, non quidem per polos, non illos ſecabit bifariam. Quod ex præmiſſis patet, ut ſi circulus R, Q. ſecet parallelum I, H, non per polum M, non ſecabit illum bifariam : ſed major erit portio ubi polus erit elevatus ſeu conſpicuus, ut major erit N, I, quam N, H, quia in portione N, I, centrum S. invenitur.

Unde

Unde patet quod circulus ſphæræ maximus, puta R, Q. ſecans parallelos H. I, & G, F, non quidem per polos, ita ſecabit ut minoris portio verſus polum elevatum M, N, I, major ſit quam ſimilis portioni majoris paralleli P, F, nam S, I, & T, F, ſemicirculi ſunt ſimiles, N, S, vero eſt major P, T, ut remotior ab angulo A, ergo tota N, I, major eſt quam ſimilis P, F. Th. 20. l. 2.

SCHOLIUM.

Horizon in ſphæra obliqua ſecat parallelos æquatoris inæqualiter, ita ut majores portiones ſint verſus polum elevatum.

UNDECIMUM.

Tb.13. 2. SI sint in sphæra circuli paralleli, ducantur vero maximi circuli, I, E, & H, D, qui unum parallelorum H, I, tangant, reliquos vero ut G, F, secent, arcus maximorum circulorum intercepti sunt æquales, H, U, & I, X, nam duo anguli I, & H, propter æqualitatem laterum H, A & I, A, sunt æquales, sed anguli externi U, & X, per 28. primi Euclidis, illis sunt æquales: quare & latera A, U, & A, X, sunt æqualia, quæ si tollantur ab æqualibus H, A, & I, A, quæ remanebunt H, U, & I, X, erunt æqualia.

DUO-

DUODECIMUM.

SI duo circuli ut H, I; & M, H, M, ſe interſecent in punctis H, & I, & ducatur maximus circulus M, L, per illorum polos, ſecabit ſegmenta circulorum biſariam: id eſt M, H, & M, I, arcus, ſicut H, S, & S, I, erunt æquales quod per ſeptimum Theorema patet. *Tb. 9. l. 2.*

SCHOLIUM.

Meridianus dividit ſegmenta tropicorum & horizontis æqualiter.

DECIM. TERTIUM.

SI duo circuli ſphæræ ſecent maximum in eodem puncto, & in illo *Tb. 3. l. 2.*

 ſuos

ſuos habeant polos, ſe tangent prædicti circuli in eodem puncto, ex prædictis enim ſecabunt maximum circulum ad angulos rectos: cum tranſeat per illius polos: ſectio igitur communis ad duos circulos erit perpendicularis: unde per 16. 3. illos tanget, quare in hoc puncto communi ſe tangent circuli.

SCHOLIUM.

Tropicus & Zodiacus ſecant colurum in puncto in quo ſe tangunt.

Tb. 5. f. 2. Unde patet quod ſi duo circuli ſe tangant, & ducatur arcus maximi circuli per utriuſque polos, tranſibit per contactum, aut ſi ducatur per contactum & unius circuli

culi polos. Utrumque patet per 12. 3. Euclidis: nam pro circulis rectas lineas intelligimus.

DECIMUM QUART.

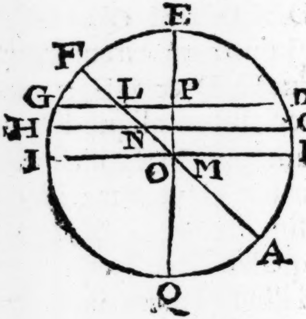
SI duorum circulorum, ut H, D, & I, E, æqualiter super aliquod planum; puta M, L. inclinentur seu eleventur: id est si sint arcus E, L, & M, H, æquales circuli æqualiter ad illud planum inclinantur: id est anguli ad A, erunt æquales quod patet per 33. 6. Eucl. unde si alter polus magis elevetur altero, & illius circulus magis inclinabitur. *Th. 21. l. 2.*

SCHOLIUM.

Cum polus Zodiaci magis elevetur super horizontem

rizontem quam polus æquatoris, tunc secat horizontem magis obliquè.

DECIMUM QUINT.



SI ducantur duo maximi circuli, E N Q, & F, N, A, quorum alter scilicet E, M, N, Q, secet aliquot parallelos G, D, H, C, & I, B, orthogonaliter, alter F, N, A, illos secet inæqualiter & oblique, & in illo sumantur arcus

arcus æquales L,N,M,N, & per puncta L, M, N, ducantur prædicti paralleli, dico quod de maximis circulis G, E,G, & E, Q. inæquales intercipient portiones & majores prope maximum parallelum I, B, id eſt arcus I, H, major eſt arcu G, H, Quippe arcus O E, major eſt arcu N E. Unde ſi communem tollamus P, E, Hoc eſt ang. G.ab ang. I, & remanebit arcus O, N, major arcu N,P, id eſt I, H, major HG. Cum P, O, & G, I, ſint æquales, quia paralleli per 34. 1. Eucl. *Tb.5. l.3.*

Unde patet quod ſi per tria puncta L, N, M, ducantur à puncto E, arcus maximorum circulorum

inæquales portiones de maximo parallelorum I, B, intercipient & majores prope centrum, quod ex inæqualitate angulorum qui fient ad punctum E, cum maximo circulo E, G, E, superiori modo demonstratur.

Tb.7.8 9. & ac fiduum lib.3. Patet etiam quod si sumantur arcus non continui in obliquo circulo æquales, aut si à puncto E. intelligatur circulus, tangens maximum E, F, E, & à punctis circulo tangentis respondentibus tribus punctis L, N, M, ducantur arcus maximorum circulorum inæquales de maximo parallelo portiones intercipient & majores prope centrum quod ex inæqualitate angulorum

qui

qui fient ad punctum E, eum aliquo maximo circulo superiori modo demonstrabitur; Ex iis omnibus quæ diximus manifestum est quod Sphæra non tangit planum nisi in unico puncto quod demonstrabitur, si pro Sphæra circulum & pro plano lineam sumamus & hoc patet per 16. 3. Euclidis.

Sic ostendemus quod linea recta à centro sphæræ ad contactum est ad planum perpendicular. é contra si sit perpendicular. transibit per centrum sphæræ quod Euclid. demonstrat in circulis & rectis in 17. & 18. 3. *Th. 4. & 5. l. 1.*

Patet etiam quod si planum secet sphæram, sectio communis circulus, nam *Th. 18. l. 5.*

omnes directæ à centro sphæræ si secetur per centrum ad sectionem commune erunt æquales; si vero non secet per centrum sphæræ ducta perpendiculari a centro sphæræ ad planum sectionis, eodem modo demonstrabimus sectionem communem esse circulum. Hæc sunt theoremata quæ in sphæricis elementis Theodosii Tripolitæ demonstrantur; reliqua enim nihil inserviunt nisi ad horum demonstrationem.

Sunt in Theodosio 53. theoremata ex quibus 45. demonstramus, unde novem omisimus quæ nobis visa sunt superflua.

Finis Libri primi.

ELE-

ELEMENTORUM
ASTRONOMICORUM.
LIBER SECUND.
De resolutione Triangulorum.
CAPUT PRIMUM.
De doctrina sinuum & Chordarum.

Hipparchus olim in lib. 12. doctrinam de subtensis in circulo rectis lineis exposuit quam Ptolomeus Alexandrinus quinque aut sex propositionibus demonstravit. Nos vero faciliori via

via & commodiori praxi idem quod Ptolomæus, præstare conabimur. Porro sine hac scientia non modo ad trigonometriam, seu triangulorum resolutionem nemo accedere potest, sed nec aliquid in Astronomia, aut in Geometria potest intelligere, nihil supputare, nihil ad praxim reducere.

Ac primum sciendum est omnes Mathematicos supponere vulgarem circuli divisionem in 360. partes æquales, quas vocant gradus, radium vero, seu semediametrum antiqui in 60. partes æquales dividebant: recentiores vero ut Nicolaus Copernicus in 100000 partes divisum supposuerunt;

erunt; quos ut exactior fiat calculus ſequemur. Jam vero penes radium ſumuntur chordarum quantitates; chordarum medietates Arabes vocant ſinus, & his vulgo utuntur Aſtronomi, unde radius ſeu ſemidiameter vocatur ſinus totus.

LEMMA.

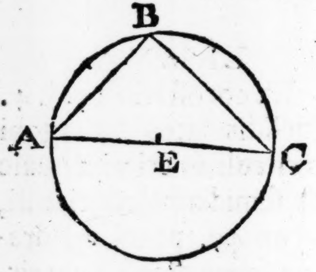
Ex corollario 15. l. 4. Euclidis latus hexagoni in circuli inſcripti æquale eſt ſemidiametro circuli, & ex 47. primi quadratum ſuper diametrum circuli, deſcriptum æquale eſt duobus quadratis laterum quadrati in circulo inſcripti quare ignorare non poterimus quantitatem lateris hexagoni, aut qua-

drati

drati penes ſemidiametrum.

PROBLEMA I.

Data arcus ſubtenſa, ſeu chorda, datur chorda reliquum de ſemicirculo ſubtendens.



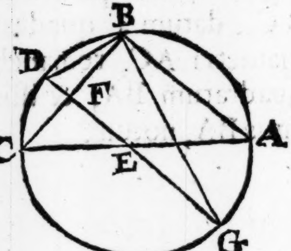
SIt circulus ABC, cujus diameter ſit AEC, detur chorda B C, dico reliquam BA, dari: angulus enim B, in ſemicir-
culo

culo eſt rectus per 31. l. 3. Euclidis, unde quadratum AC, æquale eſt duobus quadratis AB, BC, per 47. lib. 1. Euclidis, ſi ergo tollamus quadratum BC, datum à quadrato diametri AC, remanebit quadratum BA, & illius latus BA, notum.

Prob.

PROB. II.

Data chorda quemlibet arcum ſubtendente, datur illa quæ ſubtendit dimidium.



SIt circulus ABC, ſit chorda BC, data, dico dari chordam ſubtendentem arcum BD, dimidium arcus BC, ducatur recta à centro ad rectam BC, ſecans BC, æqualiter & per 3. tertii Eucl. orthogonaliter, continuetur in D & perficiatur diameter

DEG

DEG. ducantur rectæ A B, BG, BD. Cum angulus B, in ſemicirculos ſit rectus per 31. 3. Euclidis, erunt duo triangula CF E, & ABC, quæ habent duos B, & F, angulos rectos & æquales, & angulum C, communem ſimilia & æquiangula : unde per 4.6. elementorum latera circa æquales angulos ſunt proportionalia : ergo ut latus BC, ad CF. ſic latus AB, ad latus EF. ſed latus FC, medietas eſt lateris BC, ergo & FE, erit dimidium AB, ſed datur AB, chorda ſubtendens reſiduum ad ſemicirculum de arcu BC, cujus ſubtendens datur : ergo dabitur EF, quod ſi tollatur de radio ED, dabitur

dabitur remanens F D, ſed per corollarium ſecundum 8. l. 6. Euclidis rectangulum ſub GD, D F, datum æquale eſt quadrato B, D, dabitur ergo quadratum B, D, & illius radix linea B, D, quæſita.

Corollarium data BD, habebimus reſiduum de ſemicirculo B, G, cujus iterum dimidium per hoc problema innoteſcet, & illius dimidii rurſus dabitur reſiduum de ſemicirculo & ſic toties iterando quouſque omnes chordæ nobis innoteſcant operabimur, & tabulam hoc modo conſtruemus, ſupponemus radium ſeu ſemidiametrum in 100000 diviſum & duos ordines ponemus. In primo erunt

partes

partes circumferentiæ incipiendo à 30. minutis & per continuam 30. additionem usque ad 60. minuta: id est unum gradum. In secundo ponemus sinus prædictis gradibus respondentes.

PRAXIS.

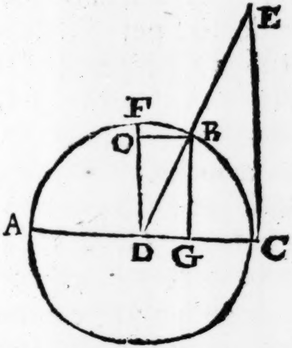
Huc usque docuimus quomodo Geometrice tabula sinuum sit conficienda: nunc vero praxis mechanica tradenda est. Sumatur linea indefinitæ quantitatis & ex illa sumantur 100. partes æquales, quarum quælibet 10000. æquivalebit, reliquum vero ut superfluum resecetur, & sit recta ED, in superiori figura juxta cujus

cujus quantitatem delineetur circulus ABC, qui in 360. partes æquales, aut in 400. ſi libet, diſtribuitur; tunc ſi dati arcus puta BC, chorda quæratur à puncto C, juxta quantitatem B, C, Delineandus eſt circulus, & ubi ſemidiametrum ſecat notandum & à puncto C, uſq; ad punctum ſectionis numerandæ, ſunt partes ſemidiametri interceptæ; tot enim partium erit quæſita chorda BC, & ſic faciliori via quam priori tabulam conficiemus.

PRO-

PROB. III.

Dato circuli diametro dati arcus tangentem & secantem invenire.



SIt circulus ABC, cujus diameter CA, detur, quæritur tangens CE, & ſecans quam alii hypotenuſam, vocant ED, quæ eſt recta à centro circuli D, per dati arcus punctum ultimum B, quæ producitur

citur quousque rectæ C E, occurrat in puncto E, ducatur BG, quæ erit sinus dati arcus BC, seu medietas chordæ duplam circumferentiam BC, subtendentis, per 33. Eucl. sicut BO, perpendicularis erit sinus arcus FB, cui per 34, 1. Eucl. DG, est æqualis. Cum ergo BDG, & DCE, triangula habeant G, & C, angulos rectos & æquales, & angulum D, communem; ergo per 4.6. Eucl. habent latera circa æquales angulos proportionalia: ergo ut DG, sinus arcus FB, dati (quia est complementum dati BC) ad BG, sinum arcus BC, dati sic semidiameter DC, datus ad tangentem

CE,

CE, unde cum detur ratio DG, ad BG, datur quoties C, E, continet DC, datur DC, ergo habebimus CE, tangentem: eodem modo cum ratio DG, ad DB, ſit DC, ad DE, ſecantem, cumque detur ratio DG, ad BD, radium, datur ratio DC, radii ad ſecantem, cumque detur radius DC, habebimus ſecantem DBE.

Unde tabulam ſeu canonem tangentium, & ſecantium cujus libet arcus facile conficeremus, eodem modo quo tabulam ſinuum conſtruere jam docuimus.

Circũferentiæ. Part Scrup.	*Semisses dup circũferentiæ.*	*Circũferentiæ.* Part ſcrup.	*Semisses dup circũferentiæ.*
0-30	873	30	13053
1-0	1745	8-0	13917
1-30	2617	30	14781
2-0	3490	9-0	15643
2-30	4362	30	16505
3-0	5234	10-0	17365
3-30	6105	30	18223
4-0	6975	11-0	19081
4-30	7845	30	19937
5-0	8715	12-0	20791
5-30	9585	30	21644
6-0	10453	13-0	22405
30	11320	30	23344
7-0	12187	14-0	24192

30	25830	30	43351
15-9	25882	26-0	837
30	26724	30	620
16-0	27564	27-0	399
30	28401	30	46175
170	29237	28-0	947
30	30071	30	716
18-0	30902	29-0	481
30	730	30	49242
19-0	557	30-0	50000
30	381	30	754
20-0	34202	31-0	504
30	35021	30	250
21-0	832	32-0	992
30	650	30	730
22-0	460	33-0	464
30	38268	30	55194
23-0	39073	34-0	919
30	875	30	641
42-0	674	35-0	358
30	469	30	58070
25-0	42262	36-6	779

30	482	30	728
37-0	60181	48-0	314
30	876	30	896
38-0	566	49-0	471
30	251	30	76040
39-0	932	50-0	604
30	608	30	77162
40-0	64279	51-0	715
30	945	30	261
41-0	606	52-0	801
30	262	30	335
42-0	913	53-0	864
30	559	30	386
43-0	68200	54-0	902
30	835	30	411
44-0	466	55-0	915
30	70091	30	413
45-0	711	56-0	904
30	325	30	389
46-0	934	57-0	867
30	537	30	339
47-0	73135	58-0	805

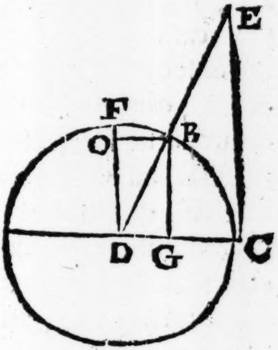
30	26	30	667
59-0	71	70-0	969
30	137	30	264
60-0	602	71-0	452
30	87036	30	832
61-0	462	72-0	105
30	882	30	372
62-0	295	73-0	600
30	701	30	882
63-0	89101	74-0	126
30	49	30	363
64-0	879	75-0	592
30	258	30	815
65-0	631	76-0	97030
30	996	30	237
66-0	354	77-0	437
30	706	30	630
67-0	92050	78-0	815
30	388	30	992
68-0	718	79-0	163
30	92042	30	325
69-0	358	80-0	481

30	629	3 0	629
81-0	769	86-0	756
30	902	30	813
82-0	99027	87-0	863
30	144	30	905
83-0	255	88-0	939
30	357	30	966
84-0	452	89-0	985
30	539	30	996
85-0	620	90-0	100000

CAPUT SECUNDUM.

De resolutione triangulorum rectilineorum.

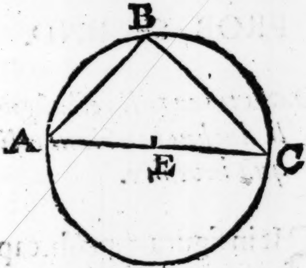
PROBLEM. PRIMUM.



Cujuslibet trianguli rectanguii datis angulis cum uno latere reliqua

qua invenire per tangentes, & ſecantes ſic procedendum eſt, ſit triangulum rectangulum datum in ſuperiori figura DCE, Cujus latus D C, cum angulo D. Detur juxta quantitatem DC, intelligo circulum deſcriptum, cujus arcus BC, ſeu anguli D, dati per canonem tangentium & ſecantium latera CE & DE, obtinebo. Si vero detur latus DE, cum ratio DE, ad CE, ſit DC, ad BG, quæ datur propter angulum D, datum, cujus BG, eſt ſinus, habebitur ratio DE, ad CE, cum vero detur DE, habebimus CE, unde ſi juxta C, E, quantitatem delinietur circulus, habebimus

mus CD, tangentem, per 3. prob. præced. capitis.



Facilius vero per doctrinam ſinuum operabimur; ſit enim triangulum ABC, rectangulum, cujus omnes anguli cum aliquo latere puta AB, dentur: evidens eſt quod dato angulo A, ſeu arcu BC, in circumferentia, datur chorda BC, quæ eſt ſinus anguli A, per def. & ſic dato angulo B. Habebimus chordam

dam AC, eadem habebimus si detur latus AC, cum omnibus angulis.

PROB. SECUND.

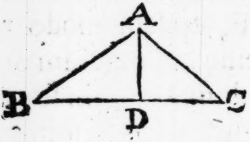
Datis trianguli rectanguli duobus lateribus reliqua invenire.

Vide præc. figurâ. SIt in figura 3. prob. cap. primi triangulum rectangulum DCE, cujus duo latera DC, DE, dantur per canonem secantium, data secante DE, habebimus arcum BC, seu angulum D, & per canonem tangentium dato arcu BC, habebimus tangentem CE, si vero dentur duo latera DC, CE, habebimus per canonem tangentium arcum BC, data tangente

tangente CE, seu angulo D, per canonem secantium habebimus secantem DE, eodem modo resolvemus triangulum rectangulum ABC, in superiori figura datis duobus lateribus AB,& BC, nam quadratum A C, æquale est duobus quadratis AB,BC quæ dantur, ergo dabitur AC, unde & anguli quorum subtensæ AB, & BC, dantur, sed si AC, & BA, latera dentur, habebimus arcum AB, cujus subtensa datur: unde & angulus C, in circumferentia & reliquus de semicirculo BC, cujus per canonem subtensa BC, habebitur.

Prob.

PROB. TERTIUM.



DAtis trianguli obliquanguli omnibus angulis cum uno latere reliqua invenire. Sit triangulum obliquos habens angulos ABC, cujus latus puta AB, cum omnibus angulis detur, reliqua per tangentes sic inveniuntur; demittatur perpendicularis AD, in triangulo rectangulo ABD, dantur anguli B, & D, cum latere BA, ergo per primum prob. dantur latera BD, & DA, sic in ol.triangu-

triangulo DAC, datis angulis D, & C, cum latere DA, habebimus latera CA, & CD, cum jam habeamus BD, totum latus B, C, innotescet.

Facilius per subtensas operabimur, sit triangulum ABC, cujus omnes anguli cum latere AC, dentur, reliqua sic invenies. Intelligatur circulus triangulo circumscriptus. Cum igitur detur angulus A, seu

ſeu arcus B, C, dabitur chorda B C, & ſic dato angulo B, datur chorda A C, unde datur ratio AC, ad CB, notum eſt latus A C, ergo innoteſcet latus BC, & ſic latus AB, invenietur.

Patet quod datis trianguli angulis dantur laterum rationes. Nam datis tribus angulis AB, BC, CA, chordas unde rationes, ſeu quoties ſe invicem continent habemus.

PROB. QUARTUM.

Datis trianguli obliquanguli duobus lateribus cum uno angulo reliqua invenire.

Vide fig. 1. prob. 3. SIt triangulum B A C, cujus duo latera BA, & BC, cum angulo B, dentur

reliquâ ſic invenies: demittatur perpendicularis A D, quæ vel intra vel extra triangulum, perinde eſt trianguli B A D, rectanguli, dantur anguli B, & D, cum latere BA, ergo per I. prob. datur DA, cum latere BD, quod ſi tollas à dato BC, remanebit DC, datum unde in triangulo DA, C, dantur duo latera DA, DC, ergo per 2. prob. dabitur angulus C, cum latere AC, ſi vero angulus datus non comprehendatur à lateribus datis ut in ſuperiori figura: ſi dentur duo latera BA, & AC, cum angulo B, reliqua facile habebimus. *Vide fig. 2. prob. 3.*

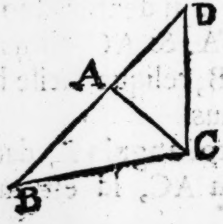
Dato angulo B, datur chorda AC, id eſt ratio

ad

ad ſemidiametrum circuli ABC, ſed ex hypotheſi dantur AB, & AC, ſeu ratio AB, ad AC, ergo dabitur ratio AB, ad ſemidiametrum circuli, id eſt datur AB, chorda, & conſequenter per tabulam arcus AB, ſeu angulus C, & ſic reliquus angulus A, ſeu arcus BC, & per canonem chorda BC, invenietur.

PROB. QUINTUM.

Datis trianguli obliquanguli omnibus lateribus angulos invenire.



SIt triangulum B A C, cujus latera dentur, angulos vero ſic reperies, ſi angulum habeat obtuſum ut A, perpendi. ſit DC & produc latus BA, in D, erit quadratum BC, equale duobus quadratis BA, A C, & duplo rectangulo ex BA, in AD, per 12. 2. Eucl. datur quadratum B C, dantur duo quadrata BA, AC, ergo & rectangulum B A, A D, datur: ſed datur latus BA, ergo A D, innoteſcit: unde in triangulo ADC, rectangulo dantur duo latera A D, A C, quare per 2. prob. datur angulus A, & illius complementum BAC, & in triangulo rectangulo B D C, datis lateribus B C,

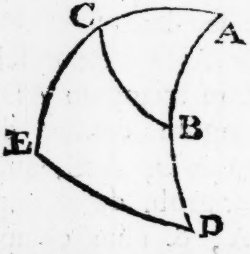
&

& BD. Habebimus angulum B, eodem modo resolvemus triangulum BAC, si omnes illius anguli sint acuti per 13. lib. 2. Euclidis.

CAP. TERTIUM.

De resolutione Triangulorum sphæricorum.

LEMMA. I.



IN triangulo Sphærico rectangulo ut latus ad latus, sic anguli oppositi

ſiti inter ſe. Sit triangulum rectangulum ABC, dico quod quoties latus AB, continet latus BC, toties angulus C, continet angulum A: polo A, deſcribatur circulus ED, completo ſcilicet quadrante ACE, cum ergo circulus ACE, tranſeat per polos circuli ED, ſecabit illum ad angulos rectos; unde angulus AED, erit rectus. Cum igitur ABC,& ADE, tria habeant, angulum A, communem, angulos C, & E, rectos erunt æquiangula, & per 4. 6. Eucl. latera circa æquales angulos proportionalia nam ex iis quæ in Sphæricis elementis demonſtravimus, patent ea quæ de re-

ctis

ctis demonstrantur & de Sphæricis seu curvis demonstrari) unde ut latus AB, ad latus BC, sic latus AD, mensurans angulum E, seu C, rectum ad latus DE, mensurans angulum A, ergo ut angulus C, ad angulum A, sic latus AB, ad latus BC.

LEMMA II.

IN triangulo Sphærico, ut ABC, ut sinus anguli C, ad sinum anguli A, sic sinus lateris AB, ad sinum lateris BC, nam si sinus anguli C, sit æqualis sinui anguli A, duo latera AB, & BC, quibus subtenduntur anguli æquales, erunt æqualia, ergo illorum chordæ & sinus per 27. Eucl. æquales: si vero

vero angulus C, ſit major jor, & conſequenter ſinus anguli C, major ſinu anguli A, & latus A, B, ſubtendens majorem angulum majus erit latere B C, & per 27.3. Eucl. ſinus lateris A B, major erit ſinu lateris B C, eodem modo ſi angulus C, minor ſupponatur & ſinus AB, lateris oppoſiti minor erit ſinu lateris BC, ergo per 6,7, & 8. def. lib. 8. Eucl. quoties ſinus anguli A, continet ſinum anguli C, vel continetur ſinus lateris BC, continet ſinum lateris AB, vel continetur, ergo in triangulo Sphærico ut ſinus anguli C ad ſinum alterius anguli ut A, ſic ſinus lateris oppoſiti AB, ad ſinum alterius lateris oppoſiti BC.

PROBLEMA I.

Datis trianguli Sphærici omnibus angulis cum uno latere reliqua invenire.

SIt triangulum ſphæricum ABC, cujus latus AB, & omnes anguli dentur, reliqua ſic invenies ex præcedenti lemmate, quoties ſinus anguli, C, datus continet ſinum anguli A, datum, toties ſinus lateris AB, notus continet ſinum lateris BC, unde innoteſcit ſinus BC, & per canonem arcus BC, ſic latus AC, invenies.

Prob.

PROBLEM. II.

Datis duobus lateribus cum uno angulo trianguli Sphærici reliqua invenire.

SIt triangulum ſphæricum ABC, cujus duo latera AB, AC, cum angulo C, dentur, reliqua ſic invenies: quoties ſinus anguli C, datus continet ſinum anguli B, toties ſinus lateris AB, notus continet ſinum lateris AC, notum; unde cum innoteſcant ſinus anguli C, dabitur ſinus anguli B, & per canonem angulus B, ſic tertium angulum A, invenimus, & ut in præcedenti problemate reliquum latus BC.

Si vero dentur duo latera AC, CB, cum angu-

lo C, comprehenſo à lateribus datis, reliqua ſic habebis, perficiatur quadrans ACE, & figura lemmatis primi repetatur triangulum ACB, ſit rectangulum, cum igitur ratio AC, ad C B, quæ datur, ſit EA, ad ED, ut oſtenſum eſt, dato quadrante AE, dabitur ED, menſura anguli A; unde per præcedens problema reliquum AB, latus datur. Si vero triangulum ACB, non ſit rectangulum ducta perpendiculari ſicut in rectilineis procedendum eſt.

PROBLEM. III.

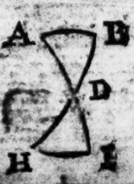
Datis trianguli Sphærici omnibus lateribus angulos invenire.

Sit

...cujus latera, ...
angulos sic reperies. ...
ficiatur quadrans A...
polo A, describatur cir-
culus E D, in triangulo
... D, rectangulo duo
latera AE, AD, qua-
drantes dantur: ergo per
præcedens prob. latus
D E, innotescet & an-
gulus A, quem mensurat,
& sic reliquos B, & C,
angulos habebimus.

PROBLEM. IV.

Datis trianguli Spharici omnibus angulis latera invenire.



EUCLIDIS SEX PRIMI ELEMENTORUM GEOMETRICORUM LIBRI,

Commodiùs demonstrati.

A. P. GEORG. FOURNIER è societate JESU.

Accesserunt Elementa Astronomica, ubi Theodosii Tripolitæ Sphæricorum libri tres, & universa triangulorum resolutio demonstrantur per Johannem Baptistam Duhamel, *Mathescws Professorem.*

Editio prioribus auctior atq; castigatior.

CANTABRIGIÆ,
Excudebat *J. Field*, impensis *Edwardi Story*, MDCLXV.

13-20

ILLUSTRISS. VIRO

Domino D.

NICOLAO FOUQUET, REGIA SECRETIORIBUS Consiliis, Libellorumque supplicum Magistro, Vicecomiti de Melum & de Vaux, &c.

Quàm levē mole, tam ponderosum dignitate Libellum ad te defero (Vir Illustrissime) qui cùm ingeniosissimus sis pervidere quid EVCLIDES sibi velit, quid EVCLIDI lucis attulerim, facilè potes. Vt t nuc hoc officii mei specimen tibi offerrem duplex me causa impulit, altera, à te; altera, à spectatissimo quamdiu vixit, tota Gallia viro, Parente tuo. A te quidem, quem sanguis nobilem, doctrina spectabilem, vitæ æquabilitas mirabilē, prudentia Illustrem, eximium pietas, quem aliæ animi, corporisq; tui dotes (quas hoc loco commemorare pudor tuus non

finit) Regi, regnique præcipuis ordinibus gratiosum, amabilem omnibus & quod his optabilius est, Deo præpotenti gratum, acceptumq; reddunt. Parenti vero tuo quam sit obstricta nostra SOCIETAS, quam is amabat unicè, quantum ipsi debeat Parisiense Collegium, quem Christianissimus Rex Ludovicus, è duobus unum esse jussit, qui edicto suo de Scholis nostris instaurandis exequendo præesset, ac nos Regia authoritate, in docendi possessionem longo intervallo recuperatam mitteret; hæc inquam & alia multa, est grati animi verbo declarare, cùm re non possim. Tametsi quid privatim Ordinem nostrum tuo parenti debere plurimum commemorem, qui de patria universa, de summis & infimis meritus sit sua integritate, constantia, rerum gerendarum scientia, & usu, omni denique genere virtutum. Illarum tibi imitationem cùm proposueris, magnū quiddam præstare videor, si votum faciam, ut qui paternorum bonorum hæres es, idem omnia honoris ornamenta, singularémque imprimis ejus erga Ordinem nostrum universum benevolentiam, cum reliqua hæreditate cernas. Hoc tibi ut optem facit non vulgare meum, adeóque totius SOCIETATIS studium erga te; Illustrissimumq; Bajonensium Antistitē, fratrem Charissimū, non nobilissimæ tuæ familiæ modò sed etiam Ecclesiæ Gallicanæ decus & ornamentum;

cujus

cujus prudentiam, cæterasque virtutes Pontificias tanti facit Ludovicus Rex Christianissimus, ut imitandum illum omnibus regni sui Præsulibus admirandum multis jure pronunciaverit: Ut ita fore confidam, tuum jam magnum tam bonis initiis meritum facit.

Tibi addictissimus,

GEORGIUS FOURNIER.

Quis autor hujus libri.

NOn unius modo ſed plurimorum hominum vigiliis & induſtriæ, quorum alii aliis vixere temporibus, debetur hic Liber. De poſteritate bene meritus Euclides, qui ea, ſive Theoremata, ſive Problemata, quæ à majoribus acceperat, auctiora, & meliori digeſta ordine reliquit. Thales Mileſius, qui Princeps omnium Geometriam ex Ægypto in Græciam tranſtulit, demonſtravit angulum in ſemicirculo rectum eſſe: Trianguli Iſoſcelis angulos ad baſim eſſe æquales: & alia nonnulla invenit quæ in primo & tertio Elementorum Euclidis legimus & admiramur. Pythagoras Samius, qui Mathematicæ ludum primus

mus aperuit, Omnis trianguli dixit tres angulos duobus rectis esse æquales: tantísque elatus est lætitiis, ubi eam propositionem reperit, quæ primo Elemento, ordine quadragesima septima habetur, ut musis centũ boves immolârit. Theodorus Cyreneus multis adinventis Geometricam plurimùm auxit supellectilem Quis inventa à Cratisto explicet, in quo tanta vis erat ingenii, ut nullum non Geometricum Problema illico resolveret. Si Laertio credimus, Democritus Milesius, multa de lineis, ut vocant, irrationalibus scripsit, multa de solidis, multa de numeris: Certè illud extra controversiam, Eudoxum Gnidium quintum Elementum, quod appellant, de proportionibus, integrum fecisse & invenisse. Theætetus de quinque solidis primus libros scripsit, & decimæ propositionis decimi elementorum inventor fuit.

Hæc

Hæc à multis feliciter excogitata & diſſipata paſſim, annis ante Chriſtum circiter 550. Hippocrates Chius in Elementa Geometrica primꝰ compegit ordinavítq; Poſtea Leo Meoclidis auditor, illa auxit: Tertius deinde Theudius Magnes. Hos ſequutus eſt Hermotimus Colophonius, qui ea fecit haud paulò uberiora. Tandem Euclides Megarenſis, omnibus, partim á ſe adinvẽtis, partim ab aliis acceptis, ultimam manum his Elementis appoſuit, tanta felicitate, & non tantum Quintus, ſed unus præcellentiæ jure, Geometra ſit appellatus. Inſuper hoc ei laudis teſtimonium ſingulare Proclus, Pappus, cæterique Mathematici tribuere, ut de eo, quod de nemine mortalium ante illum, dixerint, *nuſquam deceptus eſt.* Nec ſolum doctrina Euclidis fuit admirationi, ſed etiam ipſe ordo, quẽ perturbare adhuc auſus

eſt

eſt nemo : certè omnis demonſtrationis vim atque robur ſuperat, ipsique quodammodo Geometriæ firmitatem illam, quâ ceteris diſciplinis anteſtat dare videtur. Scripſit præterea Phænomena, Optica, Catoptrica, Muſica, Data Conicorum libros 4. & tres Poriſmatum. Vitam ejus ad Ptolomæum uſq; primum Ægypti Regem producunt Hiſtoriæ. An ſit idem cum Euclide ſectæ Megricæ authore, nos, quia parum conſtat, rem in medio relinquimus.

Porrò quemadmodũ Elemẽta appellantur ea, ex quibus omnia oriuntur, & fiunt & in quæ eadẽ, cum intereunt, convertuntur, & tranſeunt; ſic propoſitiones eas quæ Mathematicis rebus efficiendis inſerviunt, & in quas reſolvi poſſunt demonſtrationes Mathematicæ dicimus Elementa Mathematica: vel certè quemadmodum qui literas & elementa novit, libros poteſt le-

gere, ita qui Geometriæ elementa tenebit, ſine labore percurret & intelliget quæ tractantur in Opticis, Aſtronomicis, & aliis reconditioribus Mathematicæ partibus,

EUCLIDIS.

EUCLIDIS ELEMENTUM *PRIMUM.*

DEFINITIONES.

1. *Punctum est, cujus pars nulla.*

Græcè legitur σημεῖον i. e. signum; cum enim sit omnis magnitudinis expers, illud quod exterius pingitur, signum est illius quod mente concipitur; estque idem quod unitas in numero, instans in tempore, & sonus in musica.

2. *Linea vero longitudo non lata.*

Linea talis nulla existit à parte rei, sed sicut punctum, ita & linea quam ducimus signum est illius quam mente concipimus. Si enim punctum quod concipimus moveretur & relinqueret sui vestigium, illud esset linea, longũ propter motum, non tamen latum, quia punctum à quo procedit omnis expers est extensionis.

3. *Lineæ autem termini sunt puncta.*

Id est longitudines ut longitudo est principium & finis est punctum: quia magnitudinem non considerat mathematicus, nisi ut finitam. Unde cùm infinitam lineam vocat Euclides, intelligit lineam cujusvis

cujusvis magnitudinis, seu indeterminatam.

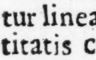
4. *Recta linea est; quæ ex æquo sua interjacet puncta.*

Sive cujus extrema obumbrant omnia media, ut dixit Plato: vel minima earum quæ terminos habent eosdem, ut vult Archimedes. Cùm enim fluxu puncti concipiatur fieri linea, si ex æquo inter sua puncta fluat, aut per brevissimum spatium, dicetur recta. Si punctum feratur uniformi motu & distantia à certo aliquo pũcto, dicetur circularis; Si in motu hinc inde titubet, & hîc depressior sit alibi altior & extrema non obumbrent omnia media, dicetur mixta. Hinc ingeniose dixit Aristoteles l. 1 de Cœlo tex. 5 juxta triplicem hanc lineam, tres tantùm esse posse motus, duos simplices, rectum & circularem,

rem, tertium vero mixtum ex utroque.

5. *Superficies verò est quæ longitudinẽ latitudinẽq; tantum habet.*

Ut fluxu puncti producitur linea, prima species quantitatis continuæ, sic fluxu lineæ in transversum, produci concipitur superficies, secũda species: quæ potest dividi in longum ut linea, & præterea in latum. Umbram concipe, ait Proclus, superficiem concipies longam, & latam, nullo tamen modo profundam.



6. *Superficiei autẽ extrema sunt lineæ.*

Hæc definitio intelligenda est tantũ de superficie plana vel mixta non autem de circulari: quando enim habet extremum,

extremum, lineam tantùm habet, non lineas.

7. Plana ſuperficies, eſt quæ ex æquo ſuas interjacet rectas.

Quæ dixi de linea recta, eadem de plana ſuperficie ſunt intelligenda.

8. Planus autem angulus eſt duarum linearum in plano ſe mutuò tangentium, & non in directam jacentium alterius ad alteram inclinatio.

Hic cauſæ anguli explicantur: Materialis, ſunt duæ lineæ quæ ſe mutuo tangunt. Formalis, eſt alterius in alteram inclinatio Unde ſequitur primò quòd illæ duæ lineæ non ita ſe debent tangere, ut

jaceant

jaceant in directum, id est ut unicam rectam constituant lineam, sed altera debet in alteram inclinari.

Sequitur 2. quod anguli quantitas, consistit in majori vel minori linearum inclinatione, non in longitudine linearum.

Sequitur 3 non esse necesse, ut duæ lineæ post contactum productæ se mutuò secent, ut vult Pelletarius, id enim tantùm est verum in angulis rectilineis: sed sufficere, ut se tangant & mutuò inclinentur.

Denique si angulus ille sit in superficie plana, dicetur planus. In omni verò figura, licet quemlibet angulum tribus literis appellemus, ille tamen semper intelligitur, cui medius character appingitur.

9. Cum

9. Cum autem continentes angulum lineæ rectæ fuerint, rectilineus appellatur angulus.

Si utraque curva, curvilineus: si curva altera, altera recta, mixtus.

10. *Cum verò recta AB, super rectam CD, stans, eos qui sunt deinceps A B C, A B D, angulos, æquales inter se facit, rectus est uterq; æqualium angulorum, & insistens recta A B, perpendicularis vocatur ejus cui insistit CD.*

Tùnc angulus uterq; dicitur æqualis, quando recta AB non

non magis in C, quam in D inclinat.

Quod autem Græci dicunt κάθετος latinè redditur perpendicularis, frequentius tamen utuntur mathematici verbo græco quam latino maxime in Optica; unde apud eos nihil usitatius quàm πρὸς κάθετον, imo latine redunt Cathetum.

11. *Obtusus angulus EBC, est, qui major recto ABC.*

Nempe quia recta E B, magis recedit á subjecta CD, quàm perpendicularis AB,

12. *Acutus verò E B D, qui minor recto AB D.*

13. *Terminus est quod alicujus est extremum.*

Talia

Talia ſunt, punctum, linea, ſuperficies: nempe punctum lineæ, linea ſuperficiei, & ſuperficies corporis.

14 *Figura eſt quæ ſub aliquo, vel ſub aliquibus terminis comprehenditur.*

Dixit ſub aliquo, nempe quia circulum & ellipſim, unicus terminus, hoc eſt linea circularis comprehendit: ad rectilineas vero figuras plures ſemper termini requiruntur.

Porrò notabis debere terminos, quantitatem, quæ figura dicitur, ambire & comprehendere, non vero tantum terminare. Unde ſequitur 1. Quod lineæ nulla propriè eſt figura, cum puncta lineam non ambiant ſed ſolum terminent. Sequitur 2. quod ſuperficiei infinitæ vel corporis infiniti, ſi quod dari poſſet, figura nulla ſit. 1. quia omnis figura debet ambire & comprehendere

prehendere figuratum. 2. quia terminis ambitur, terminus autem eſt extremũ rei: Quomodo verò id quod habet finem & extrema, erit infinitum?

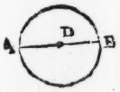
15. *Circulus eſt figura plana ſub una linea A, B, C, comprehenſa, quæ vocatur peripheria: ad quam ab uno puncto, eorum quæ intra figuram ſunt poſita, omnes cadentes rectæ DA, DB, DC, æquales inter ſe ſunt.*

16. *Centrum vero circuli punctum illud appellatur.*

Theodoſius Sphæricorum lib. 1. def. 1, & 2. idem habet, definitione verò 5. ſic polum deſcribit.

Polus

Polus circuli in Sphæra est punctum in superficie sphæræ à quo omnes rectæ ad circuli peripheriam tendentes, sunt inter se æquales. Ex quibus colliges inter centrum & polum hoc tantùm esse discriminis, quòd centrum concipiatur intra figuram positum Polus verò in superficie Sphæræ.



17. *Diameter autem circuli est recta quædam A B, per centrum D, ducta & terminata ex utráque parte, à circuli peripheria A, & B, quæ & bifariam secat circulum.*

Hic tria observabis 1 omnes diametros ejusdem circuli esse æquales inter se, cùm earum medie-

medietates ex def 15 sint æquales. 2. Quod sequitur ex 1[a]. est quòd licet in circulo possint infinitæ duci rectæ non transeuntes per centrum, solæ tamen rectæ per centrum ductæ, & in peripheria terminatæ dicuntur diametri, quia cum solæ sint omnes æquales inter se, determinatæque longitudinis, aliæ verò inæquales semper & incertæ: diameter sola potest metiri circulum. Mensura enim cujusque rei, ait Ptolemæus, in Analemmate, debet esse stata determinatáq; non indefinita. Unde non est quod mirentur tyrones, si in feminino genere ponatur à Mathematicis. Idem enim est diameter quod linea dimetiens vel in duo æquales dividens.

[a] *Arist. sec.* 15. *probl. num.* 1. & 2.

3. Est, Diametrum bifariam secare circulum, quod ita demonstrat Thales apud Proclum. Concipe animo portionem semicirculi sic coaptari portioni reliquæ ut diameter

sit

ſit utriúſque baſis. Si circumferentia una congruat penitus circumferentiæ alteri, manifeſtum eſt illas duas portiones à diametro factas, eſſe inter ſe æquales, cum neutra aliam excedat. Si verò circũferentia una non congruat cum altera, ſed vel extra eam cadat, vel intra vel partim intra, partim extra: tunc rectæ ductæ à centro ad circumferentiam erunt æquales & non erunt.

18. *Semicirculus autem eſt figura quæ continetur ſub diametro AB & ſub ea linea ADB, quæ aufertur de circuli peripheria.*

19. *Segmentu*

circuli est figur
quæ continetu
sub recta & ci
culi peripheria.

Per rectam hîc intellig
omnem non diametrum, n
item velis semicirculum d
cere segmentum.

20. *Rectilineæ figur*
sunt quæ sub rectis con
tinentur.
21. *Trilateræ quidē qu*
sub tribus.
22. *Quadrilateræ ven*
quæ sub quatuor.
23. *Multilateræ auten*
quæ sub pluribus quàn
quatuor rectis comprehen
duntur.

24. *Tri*

24. Trilaterarũ porro figurarum, æquilaterum triangulum est, quod tria latera habet æqualia.

25. Isosceles autem, quod duo tantùm habet æqualia AB. AC.

Σκέλος, τὸ, crus Græcis est unde compositum ἰσοσκελὴς qui æqualibus est cruribus : τρίγωνον ἰσοσκελὲς quod è tribus lineis duas æquales habet quibus quasi cruribus insistit.

26. Scalenum vero quod tria inæqualia habet latera.

Triangulorum hæ sunt species ex laterum ratione petitæ Sequuntur aliæ ex angulorum differentiis emergentes.

27. *Ad hæc etiam trilaterarum figurarum, rectangulum quidem triangulum est quod habet rectum angulum* ABC.

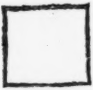
28. *Amblygoniũ est quod habet obtusum angulum* ABC.

Ἀμβλὺς, ἐος de obtuso & hebete dicitur propriè de ferro cujus acies est obtusa: unde, ἀμβλυγώνιον quod obtusum angulum habet ἀμβλεῖαν γωνίαν ἔχον.

29. *Oxygonium vero quod tres acutos habet angulos.*

Not

Not. In omni triangulo, cujus duo quæcunque latera expressè nominantur, solet reliquum latus à Mathematicis, basis dici, sive illud in situ locum infimum occupet, sive Supremum.



30. *Quadrilaterarũ autẽ figurarũ quadratum quidem est quod æquilaterum est & rectangulum.*

31. *Altera parte longior figura est, quæ rectangula quidem, at æquilatera non est.*

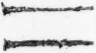
32. *Rhombus autem quæ æquilatera quidem, sed rectangula non est.*

Ῥόμβος Græcis rota est, seu quiddã rotæ formam habens, à radice ῥέμβω id est quod gyrum circumago: apud Mathematicos tamen cum dicatur figura quadrangula & lateribus constans æqualibus, sed non etiam angulis, quæ ut apparet, nihil habet commune cum rota & ad motum circularem prorsus inepta est, multoque adhuc magis ῥομβοειδὴς figura alia de qua proxime, Rhombo similis. Malim utramque figuram ita dictam à similitudine quam habet cum Rhombo pisce

33. *Rhomboides verò quæ adversa & latera & angulos æqualia inter se habens, neque æquilatera est, neque rectangula.*

34. *Præter has autem reliquæ quadrilateræ, trapezia appellentur.*

Τράπεζα Græcis est mensa unde diminutivum τὸ τραπέζιον mensula, abaculus, hinc apud Mathematicos τὰ τραπέζια figuræ quadrilateræquæ mensas aliquatenus referunt: Est vero Trapezium vel isosceles, vel scalenum vel irregulare.



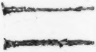
35. *Parallelæ sunt rectæ, quæ in eodem plano existentes, & productæ in infinitum ex utraque parte, in neutram mutuò incidunt.*

Ῥόμβος Græcis rota eſt, ſeu quiddã rotæ formam habens, à radice ῥέμβω id eſt quod gyrum circumago: apud Mathematicos tamen cum dicatur figura quadrangula & lateribus conſtans æqualibus, ſed non etiam angulis, quæ ut apparet, nihil habet commune cum rota & ad motum circularem prorſus inepta eſt, multoque adhuc magis ῥομβοειδὴς figura alia de qua proxime, Rhombo ſimilis. Malim utramque figuram ita dictam à ſimilitudine quam habet cum Rhombo piſce

33. *Rhomboides verò quæ adverſa & latera & angulos æqualia inter ſe habens, neque æquilatera eſt, neque rectangula.*

34. *Præter has autem reliquæ quadrilateræ, trapezia appellentur.*

Τράπεζα Græcis est mensa unde diminutivum τὸ τραπέζιον mensula, abaculus, hinc apud Mathematicos τὰ τραπέζια figuræ quadrilateræ quæ mensas aliquatenus referunt: Est vero Trapezium vel isosceles, vel scalenum vel irregulare.



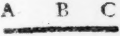
35. *Parallelæ sunt rectæ, quæ in eodem plano existentes, & productæ in infinitum ex utraque parte, in neutram mutuò incidunt.*

Ad hoc ut duæ rectæ dicantur parallelæ, non ſufficit ut productæ in infinitum non concurrant. Sic enim duæ rectæ in tranſverſum poſitæ media re aliqua, & non ſe tangentes, dicerentur parallelæ, quia nunquam concurrerent. Sed requiritur præterea, ut ſint in eodem plano.

Poſtulata.

1. *Poſtuletur à quovis puncto* A *ad quodvis punctum* B, *rectam lineam* AB. *ducere.*

2. Et



2. *Et terminatam rectam* AB *in continuum rectà producere. in* C.

3. *Et quovis centro & intervallo circulum describere,* *

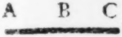
Communes notiones seu Axiomata.

1. *Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia.*
2. *Et si æqualibus æqualia adjecta sint, tota sunt æqualia.*
3. *Et si ab æqualibus æqualia ablata sint, quæ relinquuntur sunt æqualia.*
4. *Et si inæqualibus*

Ad hoc ut duæ rectæ dicantur parallelæ, non sufficit ut productæ in infinitum non concurrant. Sic enim duæ rectæ in transversum positæ media re aliqua, & non se tangentes, dicerentur parallelæ, quia nunquam concurrerent. Sed requiritur præterea, ut sint in eodem plano.

Postulata.

I. *Postuletur à quovis puncto* A *ad quodvis punctum* B. *rectam lineam* AB. *ducere.*



2. Et terminatam rectam AB in continuum rectà producere. in C.

3. Et quovis centro & intervallo circulum deſcribere, *

Communes notiones ſeu Axiomata.

1. *Quæ eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia.*
2. *Et ſi æqualibus æqualia adjecta ſint, tota ſunt æqualia.*
3. *Et ſi ab æqualibus æqualia ablata ſint, quæ relinquuntur ſunt æqualia.*
4. *Et ſi inæqualibus*

æqualia adjecta sint, tota sunt inæqualia.

5. *Et si ab inæqualibus æqualia ablata sint, reliqua sunt inæqualia.*

6. *Et quæ ejusdem duplicia, inter se sunt æqualia.*

7. *Et quæ ejusdem dimidia, inter se sunt æqualia.*

8. *Quæ congruunt sibi mutuo, inter se æqualia sunt.*

Id est quæ collata, ita componuntur, ut pars parti respondeat, & terminus termino, æqualia sunt. Lineæ autem certæ & æquales congruunt, uti & anguli.

9. *Et totum parte majus est.*

10. *Et omnes recti anguli æquales inter se sunt.*

11. *Si*

11. *Si in duas rectas* A B. CD. *recta* EF. *incidens interiores & ad easdem partes angulos* BEF. EFD. *duobus rectis minores faciat; productæ duæ illæ rectæ in infinitum, coincident inter ſe ad eas partes in quibus ſunt anguli duobus rectis minores.*

Scio principium hoc obſcurum quibuſdam, & à Gemino & Proclo rejectum à numero principiorum : verum non debet res aliqua à notionibus cõmunibus rejici, quòd unus aut alter ei aſſensũ neget: oporteret enim & nonũ expungere. Jam enim ſunt aliqui Philoſophi adeo ſubtiles, ut negent totum ſua parte majus His & illis ſufficiat dicere Euclidem cæteroſque omnes,

hæc

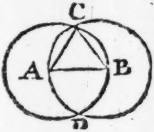
hæc omnia ex sola termino rum notione evidentia censuisse, & existimasse sensu communi carere qui ea negaret. Ne scrupulus remaneat, illud demonstrat Clavius prop. 2 l. 1.

12. *Duæ rectæ spatium non comprehendunt.*

Id est ex omni parte concludunt.

PRO.

PROPOSITIO I.



Super data recta terminata AB *triangulum æquilaterum* A B C, *constituere.* Problema 1.

PRaxis, Ex centris A & B, ſpatio AB. deſcribe [a] duos circulos & ex puncto ſectionis C. duc [b] rectas CA, CB, dico triangulum A B C, eſſe æquilaterum.

Probatur Recta AC, æqualis eſſe [c] rectæ AB,& CB. eidem ergo rectæ A C C B ſunt æquales rectæ AB. Ergo CA. CB. æquales ſunt [d] inter ſe; & cum tertia AB. Ergo Triangulum ABC. eſt [e] æquilaterum, Quod erat faciendum.

[a] 3. Poſt.
[b] 1. Poſt.
[c] 15 Def.
[d] 1. Ax.
[e] 24 Def.

PRO-

PROPOSIT. II.

Prob. 2. 

Ad datum punctum datæ rectæ BC. *æqualem rectam* AG. *ponere.*

[a] 1. Post. [b] 1. Prop. [c] 3. Post. [d] 2. Post.

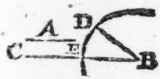
PRax. Jungantur [a] AC. In rectam AC. fac [b] triangulum æquilaterum CDA. centro C spatio BC, duc [c] circulum: latus DC. produc [d] in E. centro D, spatio DE. duc majorem circulum: latus DA produc in G. Recta AG æqualis est rectæ CB.

[e] Ex Const. [f] 15. Def. [g] 3. Ax. [h] 1. Ax.

Prob. Rectæ DA. DC sunt [e] æquales. Rectæ DE æqualis [f] recta DG, [g] Ergo recta AG. rectæ CE. Rursus recta [f] CE. æqualis est rectæ CB. [h] Ergo AG. ipsi CB. Quicunque autem alii ponantur casus eadem semper erit constructio & demonstratio ut bene notat Clavius ex Proclo.

PRO-

PROPOSITIO III.



Datis duabus rectis inæqualibus Prob. 3
A. & BC. *de majori* B.C. *minori* A. *æqualem rectam* BE. *detrahere.*

PRax. Ad datum punctum B datæ rectæ A. æqualem rectam DB, [a] pono. Centro B spatio BD. duco [b] circulum. abscissa BE. est æqualis ipsi A.
a 2. Prop.
b 3. Post.

Prob. Recta BE. est [c] æqualis ipsi BD. quæ ponitur [d] æqualis ipsi A. Ergo abscissa BE. æqualis est [e] datæ A. Quod erat faciendum.
c 15. Def.
d Ex conſt.
e 1. Ax.

PRO-

PROPOSITIO IV.

Theo. 1

Si duo triangula A, & D, *duo latera, duobus lateribus æqualia habeant, utrũq; utriq;* hoc est AB, ipsi DE, & AC, ipsi DF, *habeant & angulum* A, *angulo* D, *æqualem sub æqualibus rectis contentum: Et Basim* BC, *basi* EF, *æqualem habebunt, & triangulum* ABC, *triangulo* DEF, *æquale erit, & reliqui anguli, reliquis angulis æquales erunt, uterque, utrique,* hoc est, angulus B, angulo E, & angulus C, angulo F, æqualis erit *sub quibus æqualia latera* AB, ipsi DE & AC ipsi DF, *subtenduntur.*

PROB.

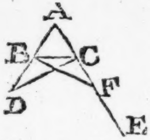
PRob. Latus A B. lateri D E. & latus A C. ipsi DF. & angulus A, angulo D. ponuntur æquales; ergo si super ponantur,[a] congruent: ergo & basis BC. basi EF. congruet. Lineæ enim rectæ sibi congruunt, quam extrema congruunt, aliàs non ex æquo sua puncta [b] interjacerent: Deinde si negas; earum una cadat vel supra EF. in G vel infra in H. ergo duæ rectæ EGF. EF. spatium comprehendunt, quod est contra 12. axioma. Bases igitur & omnia latera congruunt; Ergo & anguli, cum anguli non sint aliud, [c] quam inclinationes ipsarum linearum, quæ supponuntur congruere. Omnia latera & anguli congruunt, [a] ergo totum triangulum toti triangulo est æquale. Quod erat demonstrandum.

[a] 8. Ax.
[b] Def. 4.
[c] Def. 8.

PRO-

PROPOSITIO V.

Th. 2.



Isoscelium triang lorum ABC. q ad basim sunt a guli ABC. AC inter se sunt æ quales & prod His æqualibus rectis AB. AC. p in D. & E. qui sub basi sunt ang CBD. BCF. inter se æquales sunt.

PRæparatio. Ex lineis AB, AC. productis, accipio æqualia BD. CF. & duco rectas CD. BF.

Prob. triangulorum BAF, CAD. unum latus BA. Uni CA. & alterum FA. alteri DA. æquale est. [a] Et angulus BAC, utrique est communis: ergo Angulus ABF. æqualis est angulo ACD. & angulus AFB. angulo ADC. & basis BF. basi CD. æqualis. Rursus in triangulis BCD. CBF latus CF. lateri BD. ponitur æquali & latus FB. probatum est æquale ipsi DC. & angulus D. angulo F. æqualis. Ergo [b] anguli CBD. BCF, infra basim sunt æquales Anguli: ABF. ACD. probati sunt æquales. Ergo si ex eis tollam angulos CBF. BCD. quos item probavi æquales, restabunt [c] æquales anguli ABC. ACB. supra basim. Thales fertur autor hujus propositionis.

a Ex hipot. & ax.

b 4. Prop.

c 3. Ax.

Corollarium. Omne triangulum æquilaterum, est æquiangulum.

PROPOSITIO VI.

Si trianguli ABC. *duo anguli* ACB. *æquales inter se fuerint, & sub æqualibus angulis subtensa latera* AB. AC. *æqualia inter se erunt.* Th. 3.

SI negas: pars unius BD. [a] fiat æqualis alteri CA. hoc posito; triangula DBC. ACB. se habent juxta quartam nam latus BC commune & latera BD. CA. æqualia, & anguli DBC. ACB. æquales. Ergo & totũ triangulum, æquale erit toti triangulo, hoc est totum parti: quod repugnat. [b]

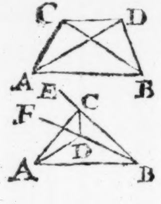
[a] 3. Prop.

Coroll. Omne triangulum æquiangulum est æquilaterum.

[b] Ax. 9.

PRO-

PROPOSITIO VII.



Super eadem recta A B, *duabus eisdem rectis* A C, B C, *æquales aliæ duæ rectæ* A D, BD, *utraque utrique*, hoc est AC, ipsi AD, & BC ipsi B D, *non constituentur ad aliud & aliud punctum*; puta D, *ad easdem partes*, nam ex aliis nihil impedit *eosdem terminos* B, & A, *habentes cum duabus initio ductis rectis.*

PRob. Quia si possint duci duæ aliæ, ducantur in D. Ergo triangulum C D. [a] est Isosceles; ergo [b] anguli ACD, ADC æquales. Rursus triangulum CBD, [a] est Isosceles. Ergo [b] anguli B D C, BCD.

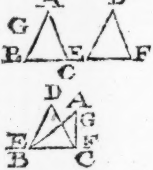
[a] d 1. 5
[b] 5. Prop.

BCD. sunt æquales, cùm tamen angulus CDA. pars anguli totalis CDB. probatus sit æqualis totali angulo AC D. Idemq; sequetur incommodum ubicunque statuatur punctum versus easdē partes: Nam si ponatur punctum intra triangulum in D. ut in secunda figura, ductis A D. BDF. BCE. & DC. sic dico, rectæ A D. A C. ponuntur æquales: ergo [a] anguli ADC ACD. sunt æquales: similiter BD. BC. ponuntur æquales: ergo anguli infra basim ECD. FDC. sunt [a] æquales, ergo angulus FDC. major angulo ACD. & multo adhuc major erit angulus ADC cum jam ADC. ACD. probati fuissent æquales. [a] 5. Prop.

Denique non potest statui punctum in parte alicujus lineæ ex datis, alioqui pars esset æqualis toti, contra 9. ax.

PROPOSITIO VIII

Th. 5.



Si duo tr angula ... D. duo l... tera duob... lateribus AB, DE, AC, DF, *æqualia habe ant, alterum alteri : habe ant etiam basim* BC, *ba* EF, *æqualem : & angu lum* A, *angulo* D, *æqua lem habebunt, sub æqua libus rectis contentum.*

PRob. Quia si congruant la tera congruent & anguli cum, [a] angulus non sit aliud quam inclinatio duarum line arum. Quod si quando super ponentur non congruant, sed trianguli EFD, apex D non cadat in A, sed in G, ergo tunc duæ rectæ duabus rectis æquales, super eadem recta BC, ducentur ad aliud pun ctum. Contra præcedentem.

a 8. D. f.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Datum angulū rectilineum B A C. *bifariam secare.* Prob. 4

PRax. Ex lateribus dati anguli BAC, sumo [a] rectam, A D, & ipsi æqualem A E. supra basim D E, constituo [b] triangulum æquilaterū DEF, duco rectam A F, quam asfero dividere bifariam angulum A.

a 3. Prop.
b 1. Prop.

Prob. Rectæ D, AE, ponuntur æquales: A F communis est, & basis DF, basi FE, ponitur item æqualis [b] ergo anguli DAF, FAE, sunt æquales. Ergo angulus BAC. divisus est bifariam: Quod faciendum erat.

b 8. Prop.

PRO-

30	482	30	728
37-0	60181	48-0	314
30	876	30	896
38-0	566	49-0	471
30	251	30	76040
39-0	932	50-0	604
30	608	30	77162
40-0	64279	51-0	715
30	945	30	261
41-0	606	52-0	801
30	262	30	335
42-0	913	53-0	864
30	559	30	386
43-0	68200	54-0	902
30	835	30	411
44-0	466	55-0	915
30	70091	30	413
45-0	711	56-0	904
30	325	30	389
46-0	934	57-0	867
30	537	30	339
47-0	73135	58-0	805

30	26	30	667
59-0	71	70-0	969
30	137	30	264
60-0	602	71-0	452
30	87036	30	832
61-0	462	72-0	105
30	882	30	372
62-0	295	73-0	600
30	701	30	882
63-0	89101	4-0	126
30	49	30	363
64-0	879	75-0	592
30	258	30	815
65-0	631	76-0	97030
30	996	30	237
66-0	354	77-0	437
30	706	30	630
67-0	92050	78-0	815
30	388	30	992
68-0	718	79-0	163
30	92042	30	325
69-0	358	80-0	481

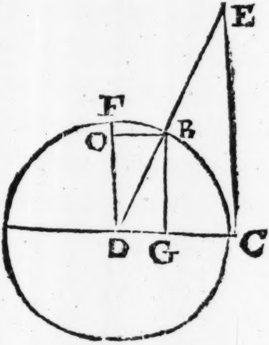
30	629	30	629
81-0	769	86-0	756
30	902	30	813
82-0	99027	87-0	863
30	144	30	905
83-0	255	88-0	939
30	357	30	966
84-0	452	89-0	985
30	539	30	996
85-0	620	90-0	100000

CAP.

CAPUT SECUNDUM.

De resolutione triangulorum rectilineorum.

PROBLEM. PRIMUM.

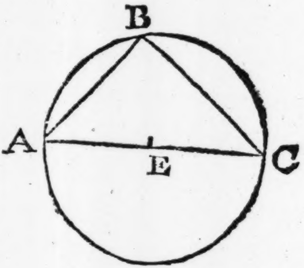


CUjuslibet trianguli rectanguli datis angulis cum uno latere reli-

 qua

qua invenire per tangen-gentes, & secantes sic procedendum est, sit triangulum rectangulum datum in superiori figura DCE, Cujus latus D C, cum angulo D. Detur juxta quantitatem DC, intelligo circulum descriptum, cujus arcus BC, seu anguli D, dati per canonem tangentium & secantium latera CE & DE, obtinebo. Si vero detur latus DE, cum ratio DE, ad CE, sit DC, ad BG, quæ datur propter angulum D, datum, cujus BG, est sinus, habebitur ratio DE, ad CE, cum vero detur DE, habebimus CE, unde si juxta C, E, quantitatem delinietur circulus, habebimus

mus CD, tangentem, per 3. prob. præced. capitis.



Facilius vero per doctrinam ſinuum operabimur; ſit enim triangulum ABC, rectangulum, cujus omnes anguli cum aliquo latere puta AB, dentur: evidens eſt quod dato angulo A, ſeu arcu BC, in circumferentia, datur chorda BC, quæ eſt ſinus anguli A, per def. & ſic dato angulo B. Habebimus chordam

dam AC, eadem habebimus si detur latus AC, cum omnibus angulis.

PROB. SECUND.

Datis trianguli rectanguli duobus lateribus reliqua invenire.

Vide præc. figurã. SIt in figura 3. prob. cap. primi triangulum rectangulum DCE, cujus duo latera DC, DE, dantur per canonem secantium, data secante DE, habebimus arcum BC, seu angulum D, & per canonem tangentium dato arcu BC, habebimus tangentem CE, si vero dentur duo latera DC, CE, habebimus per canonem tangentium arcum BC, data

tangente

tangente CE, ſeu angulo D, per canonem ſecantium habebimus ſecantem DE, eodem modo reſolvemus triangulum rectangulum ABC, in ſuperiori figura datis duobus lateribus AB, & BC, nam quadratum A C, æquale eſt duobus quadratis AB, BC quæ dantur, ergo dabitur AC, unde & anguli quorum ſubtenſæ AB, & BC, dantur, ſed ſi AC, & BA, latera dentur, habebimus arcum AB, cujus ſubtenſa datur: unde & angulus C, in circumferentia & reliquus de ſemicirculo BC, cujus per canonem ſubtenſa BC, habebitur.

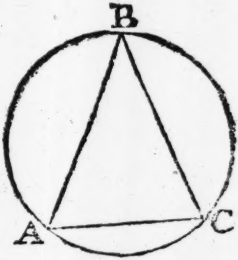
Prob.

PROB. TERTIUM.

DAtis trianguli obliquanguli omnibus angulis cum uno latere reliqua invenire. Sit triangulum obliquos habens angulos ABC, cujus latus puta A B, cum omnibus angulis detur, reliqua per tangentes ſic inveniuntur ; demittatur perpendicularis A D, in triangulo rectangulo A BD, dantur anguli B, & D, cum latere BA, ergo per primum prob. dantur latera BD, & DA, ſic in

ol.riangu

triangulo DAC, datis angulis D, & C, cum latere D A, habebimus latera CA, & CD, cum jam habeamus BD, totum latus B, C, innoteſcet.



Facilius per ſubtenſas operabimur, ſit triangulum A B C, cujus omnes anguli cum latere AC, dentur, reliqua ſic invenies. Intelligatur circulus triangulo circumſcriptus. Cum igitur detur angulus A, ſeu

ſeu arcus B, C, dabitur chorda B C, & ſic dato angulo B, datur chorda A C, unde datur ratio AC, ad CB, notum eſt latus A C, ergo innoteſcet latus BC, & ſic latus AB, invenietur.

Patet quod datis trianguli angulis dantur laterum rationes. Nam datis tribus angulis AB, BC, CA, chordas unde rationes, ſeu quoties ſe invicem continent habemus.

PROB. QUARTUM.

Datis trianguli obliquanguli duobus lateribus cum uno angulo reliqua invenire.

Vide fig. 1. *prob.*3.

SIt triangulum B A C, cujus duo latera BA, & BC, cum angulo B, dentur

reliqua ſic invenies: demittatur perpendicularis A D, quæ vel intra vel extra triangulum, perinde eſt trianguli B A D, rectanguli, dantur anguli B, & D, cum latere BA, ergo per I. prob. datur DA, cum latere BD, quod ſi tollas à dato BC, remanebit DC, datum unde in triangulo DA, C, dantur duo latera DA, DC, ergo per 2. prob. dabitur angulus C, cum latere AC, ſi vero angulus datus non comprehendatur à lateribus datis ut in ſuperiori figura: ſi dentur duo latera BA, & AC, cum angulo B, reliqua facile habebimus. *Vide fig. 2. prob. 3.*

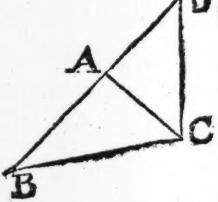
Dato angulo B, datur chorda AC, id eſt ratio

ad

ad ſemidiametrum circuli ABC, ſed ex hypotheſi dantur AB, & AC, ſeu ratio AB, ad AC, ergo dabitur ratio AB, ad ſemidiametrum circuli, id eſt datur AB, chorda, & conſequenter per tabulam arcus AB, ſeu angulus C, & ſic reliquus angulus A, ſeu arcus BC, & per canonem chorda BC, invenietur.

PROB. QUINTUM.

Datis trianguli obliquanguli omnibus lateribus angulos invenire.



Sic

SIt triangulum B A C, cujus latera dentur, angulos vero ſic reperies, ſi angulum habeat obtuſum ut A, perpendi. ſit DC & produc latus BA, in D, erit quadratum BC, equale duobus quadratis BA, A C, & duplo rectangulo ex BA, in AD, per 12. 2. Eucl. datur quadratum B C, dantur duo quadrata BA, AC, ergo & rectangulum B A, A D, datur: ſed datur latus BA, ergo A D, innoteſcit: unde in triangulo ADC, rectangulo dantur duo latera A D, A C, quare per 2. prob. datur angulus A, & illius complementum BAC, & in triangulo rectangulo B D C, datis lateribus B C,

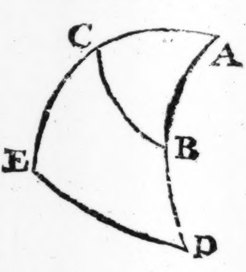
&

& BD. Habebimus angulum B, eodem modo resolvemus triangulum B A C, si omnes illius anguli sint acuti per 13. lib. 2. Euclidis.

CAP. TERTIUM.

De resolutione Triangulorum sphæricorum.

LEMMA. I.



IN triangulo Sphærico rectangulo ut latus ad latus, sic anguli oppositi

ſiti inter ſe. Sit triangulum rectangulum ABC, dico quod quoties latus AB, continet latus BC, toties angulus C, continet angulum A: polo A, deſcribatur circulus ED, completo ſcilicet quadrante ACE, cum ergo circulus ACE, tranſeat per polos circuli ED, ſecabit illum ad angulos rectos; unde angulus AED, erit rectus. Cum igitur ABC,& ADE, tria habeant, angulum A, communem, angulos C, & E, rectos erunt æquiangula, & per 4. 6. Eucl. latera circa æquales angulos proportionalia nam ex iis quæ in Sphæricis elementis demonſtravimus, patent ea quæ de re-

ctis

ctis demonstrantur & de Sphæricis seu curvis demonstrari) unde ut latus AB, ad latus BC, sic latus AD, mensurans angulum E, seu C, rectum ad latus DE, mensurans angulum A, ergo ut angulus C, ad angulum A, sic latus AB, ad latus BC.

LEMMA II.

IN triangulo Sphærico, ut ABC, ut sinus anguli C, ad sinum anguli A, sic sinus lateris AB, ad sinum lateris BC, nam si sinus anguli C, sit æqualis sinui anguli A, duo latera AB, & BC, quibus subtenduntur anguli æquales, erunt æqualia, ergo illorum chordæ & sinus per 27. Eucl. æquales: si vero

vero angulus C, ſit major jor, & conſequenter ſinus anguli C, major ſinu anguli A, & latus A, B, ſubtendens majorem angulum majus erit latere B C, & per 27.3. Eucl. ſinus lateris A B, major erit ſinu lateris B C, eodem modo ſi angulus C, minor ſupponatur & ſinus AB, lateris oppoſiti minor erit ſinu lateris BC, ergo per 6,7, & 8. def. lib. 8. Eucl. quoties ſinus anguli A, continet ſinum anguli C, vel continetur ſinus lateris BC, continet ſinum lateris AB, vel continetur, ergo in triangulo Sphærico ut ſinus anguli C ad ſinum alterius anguli ut A, ſic ſinus lateris oppoſiti AB, ad ſinum alterius lateris oppoſiti BC.

PROBLEMA I.

Datis trianguli Sphærici omnibus angulis cum uno latere reliqua invenire.

SIt triangulum ſphæricum ABC, cujus latus AB, & omnes anguli dentur, reliqua ſic invenies ex præcedenti lemmate, quoties ſinus anguli, C, datus continet ſinum anguli A, datum, toties ſinus lateris AB, notus continet ſinum lateris BC, unde innoteſcit ſinus BC, & per canonem arcus BC, ſic latus AC, invenies.

PROBLEM. II.

Datis duobus lateribus cum uno angulo trianguli Sphærici reliqua invenire.

SIt triangulum ſphæricum ABC, cujus duo latera AB,AC, cum angulo C, dentur, reliqua ſic invenies : quoties ſinus anguli C, datus continet ſinum anguli B, toties ſinus lateris AB, notus continet ſinum lateris A C, notum; unde cum innoteſcant ſinus anguli C, dabitur ſinus anguli B, & per canonem angulus B, ſic tertium angulum A, invenimus, & ut in præcedenti problemate reliquum latus BC.

Si vero dentur duo latera AC, CB, cum angulo-

lo C, comprehenſo à lateribus datis, reliqua ſic habebis, perficiatur quadrans ACE, & figura lemmatis primi repetatur triangulum ACB, ſit rectangulum, cum igitur ratio AC, ad CB, quæ datur, ſit EA, ad ED, ut oſtenſum eſt, dato quadrante AE, dabitur ED, menſura anguli A, unde per præcedens problema reliquum AB, latus datur. Si vero triangulum ACB, non ſit rectangulum ducta perpendiculari ſicut in rectilineis procedendum eſt.

PROBLEM. III.

Datis trianguli Sphærici omnibus lateribus angulos invenire.

Sit

SIt triangulum ACB, cujus latera dentur, angulos ſic reperies. Perficiatur quadrans AE, & polo A, deſcribatur circulus E D, in triangulo A E D, rectangulo duo latera A E, A D, quadrantes dantur : ergo per præcedens prob. latus D E, innoteſcet & angulus A, quem menſurat, & ſic reliquos B, & C, angulos habebimus.

PROBLEM. IV.

Datis trianguli Sphærici omnibus angulis latera invenire.

SIt triangulum I,D,H, cujus omnes anguli dentur, latera ſic innoteſcent, produco latus ID, uſque ad A, ita ut IA, ſit quadrans circuli polo I, intervallo I, A, deſcribo quadrantem A B, in triangulo ABD, datur duo anguli, A, rectus, & A D B, æqualis dato HDI, quia ſunt ad verticem, latus AB, datur cum ſit quadrans maximi circuli, ergo per primum problema datur latus A, D, quod ſi tollas à quadrante AI, remanenebit latus ID, notum, & ſic reliqua per primum problema obtinebimus.

FINIS.

H,
uli
re-
D,
A,
po-
de-
B,
an-
re-
alis
ad
tur
xi-
pri-
tur
llas
ne-
n,&
um
s.

Peripheria est quae distat aequaliter a me[dio]
comprehensi spatij

Helix quae inaequaliter.

Lineae parallelae sunt quae ubique distant [a]equaliter

Angulus est lineatum in communi sectione [linearum]

Perimeter est comprehensio figurae.
perimeter circuli est peripheria

Radius est recta a centro ad periph[eriam]

Diameter est recta transiens in figura per centrum.

Figura rotunda est ordinata cujus radij omnes aequantur, in plano circulus, in solidis sphaera.

Quadrangulum est vel trapezium vel parallelogrammum.

Parallelogrammum est quadrangulum lateribus oppositis parallelum

Trapezium est quadrangulum non parallelogrammum.

Parallelogrammum est vel rectangulum vel obliquangulum. unius est quod hat omnes angulos rectos, posterius e contra.

Rectangulum est vel quadratum vel oblongum, prius est aequilaterum, posterius inaequilaterum.

Obliquangulum parallelogrammum est vel Rhombus vel Rhomboides. prius est obliquangulum aequilaterum, posterius inaequilaterum.

Multangulum est quod pluribus quam quatuor lineis rectis comprehenditur.